## UNIVERZITET CRNE GORE ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET – PODGORICA

Spec. Sci. Luka Lazović

## ANALIZA PERFORMANSI ADAPTIVNIH ALGORITAMA ZA SINTEZU DIJAGRAMA ZRAČENJA PLANARNIH ANTENSKIH NIZOVA

- MAGISTARSKI RAD -

Podgorica, 2015. godine

### PODACI I INFORMACIJE O MAGISTRANDU

Ime i prezime	Luka Lazović
Datum i mjesto rođenja	7.10.1987. u Nikšiću
Naziv završenog osnovnog studijskog i godina završetka studija	Elektronika telekomunikacije i računari, 2010.

#### **INFORMACIJE O MAGISTARSKOM RAD**

Naziv postdiplomskog studija	Mikrotalasna tehnika
Naslov rada	Analiza performansi adaptivnih algoritama za sintezu dijagrama zračenja planarnih antenskih nizova
Fakultet na kojem je rad odbranjen	Elektrotehnički fakultet – Podgorica

#### UDK, OCJENA I ODBRANA MAGISTARSKOG RADA

Datum prijave magistarskog rada	6.3.2014.
Datum sjednice vijeća na kojoj je prihvaćena tema	17.4.2014.
Komisija za ocjenu teme i podobnosti	Prof. dr Zoran Veljović
magistranda	Prof. dr Ana Jovanovic Prof. dr Vesna Rubežić
Mentor	Prof. dr Ana Jovanović
Komisija za ocjenu rada	Prof. dr Zoran Veljović
	Prof. dr Ana Jovanović
	Prof. dr Slobodan Đukanović
	Prof. dr Vesna Rubežić
Komisija za odbranu rada	Prof. dr Zoran Veljović
	Prof. dr Ana Jovanović
	Prof. dr Slobodan Đukanović
	Prof. dr Vesna Rubežić
Lektor	
Datum odbrane	18.6.2015.
Datum promocije	

## Sažetak

Sistemi pametnih antena predstavljaju fundamentalne komponente najnovijih radarskih i bežičnih telekomunikacionih sistema. Performanse pametnih antenskih nizova presudno utiču na efikasnost pametnih antenskih sistema, zbog čega je neophodno pronaći optimalne parametre nizova i optimalne algoritme u cilju što efikasnije komunikacije. Prve pametne antene razvijene su za potrebe vojske, dok se vrhunac primjene ovih sistema postiže razvojem MIMO tehnologije koja se koristi u 4G mrežama. Dalji razvoj pametnih antena nastavlja se sa tehnologijama 4G MIMO, OFDM, 5G MIMO-OFDM itd. Pametni antenski niz kontinualno prilagođava oblik predajnog i/ili prijemnog dijagrama zračenja na konkretni scenario signala. Naime, ovakvi nizovi "osjećaju" okolne izvore interferencije i automatski ih potiskuju pozicioniranjem sekundarnih latica tako da neželjeni signali budu u nultom dijelu dijagrama zračenja, dok glavnu laticu dijagrama zračenja usmjeravaju u pravcu identifikovanog željenog signala. Sve ovo se obavlja dok je izvor signala najčešće u pokretu, pa se od sistema zahtijeva velika dinamičnost. Antenski nizovi mogu da podešavaju kako fazu tako i amplitudu svakog svog elementa ponaosob.

Sistem pametnog antenskog niza se može podijeliti u tri dijela: prvi dio procijenjuje ugao dolaska - DOA (direction of arrival), drugi dio se bavi klasifikacijom šta su korisni, a šta interferirajući signali i treći dio predstavlja beamforming algoritam.

DOA algoritmi su ključna tehnologija u sistemima pametnih antena. Njihov cilj je da procijene pravac željenih i interferirajućih signala sa što je moguće većom preciznošću, rezolucijom i efikasnošću.

Rezultati DOA procijene koriste se dalje za podešavanje težinskih koeficijenata adaptivnog beamformer-a na način da je maksimalna snaga izračena u pravcu željenog signala, a nule postavljene u pravcima neželjenih signala. Naime, uspješan dizajn adaptivnog antenskog niza uveliko zavisi od izbora adaptivnog algoritma koji treba biti što je moguće precizniji i robustniji.

U ovom radu je izvršena uporedna analiza performansi DOA i beamforming algoritma primijenjenih na linearnim i planarnim antenskim nizovima. Biće analizirane performanse sledećih DOA algoritama: Multiple Signal Classification (MUSIC), Min Norm, Capon i Capon-like algoritam i sledećih beamforming algoritama: LMS, Leaky LMS, NLMS, VSS LMS i VSS NLMS. Kako su beamforming algoritmi razvijeni prvenstveno za obradu govornog signala, izvršena je njihova adaptacija i implementacija na model signala sa antenskog niza.

Razmatraće se uticaj upadnog ugla signala, broja i rastojanja elemenata antenskog niza i broja iteracija algoritma na ponašanje algoritama, srednju kvadratnu grešku, preciznost, rezoluciju i izračenu snagu.

Kao zaključak analiza predstavljenih u radu očekuje se predlog onog DOA algoritma koji je najotporniji na šumove, vrijednost upadnog ugla, promjenu rastojanja i broja elemenata antenskog niza kao i pregled beamforming algoritama sa predlogom onog algoritma koji daje najbolju rezoluciju adaptacije željenog signala, najbolje nule na dijagramu zračenja i najmanju snagu zračenja u neželjenim pravcima.

## Abstract

Smart antenna systems are fundamental components of the latest radar and wireless communication systems. The performance of smart antenna arrays have a crucial impact on the effectiveness of smart antenna systems, which makes it necessary to find the optimal array parameters and optimal algorithms in order to establish the communication more effectively. First smart antennas have been developed for military purposes, but these systems' highlight of application is achieved by the development of MIMO technology used in 4G networks. Further development of smart antenna technologies continues with 4G MIMO, OFDM, MIMO-OFDM 5G etc. Smart antenna array continuously adapts the shape of the sending and/or receiving radiation pattern of a specific scenario of signals. Specifically, these arrays "feel" the surrounding interference sources and automatically suppress it by positioning the side lobes so that undesired signals are in the zero section of the radiation pattern, while the main lobe is directed towards the identified desired signal. All of this is done while the source is usually in motion, so the system requires a great dynamism. Antenna arrays can adjust the phase and the amplitude of each element separately.

The system of smart antenna array can be divided into three parts: the first part estimate DOA (Direction of Arrival), the second part deals with the classification of what is useful and what are interfering signals and the third part represents the beamforming algorithm.

Direction of arrival (DOA) algorithms represent the key technology in smart antenna systems. Their goal is to estimate the direction of the desired signal and interfering signals with as much as possible greater precision, resolution and efficiency.

The result of DOA estimation is further used to adjust the weight coefficients of the adaptive beamformer in a manner that the maximum power is radiated in the direction of the desired signal, and the nulls are placed in the direction of undesired signals. The successful design of the adaptive antenna array highly depends on the choice of adaptive algorithm which should be as much as possible accurate and robust.

This paper presents a comparative performance analysis of DOA and beamforming algorithm applied to linear and planar antenna arrays. The performance of the following DOA algorithms will be discussed: Multiple Signal Classification (MUSIC), Min Norm, Capon Capon-like algorithm and beamforming algorithms: LMS, leaky LMS, NLMS, VSS VSS LMS and NLMS. As the beamforming algorithms have been developed primarily for speech signal processing, the adaptation and implementation of this algorithm on the antenna array signal model is performed.

The impact of incident angle of signal, the number and distance between the elements of the antenna array and the number of iterations of the algorithm on the behavior of the algorithms, mean squared error, accuracy, resolution and radiated power, will be considered.

As a conclusion, the analysis presented in this thesis will have as a result the proposal of DOA algorithm that is most robust to noise, size, angle of arrival, the change of antenna spacing and the number of elements of the array as well as an overview of beamforming algorithms with the proposal of the algorithm that gives the best resolution adaptation of the desired signal, the better and deeper nulls in the radiation diagram of antenna array and the power of radiation in undesired directions.

# Sadržaj

U	/od		1
1	Par	netne antene	3
2	Ant	tenski nizovi	5
	2.1	Linearni antenski nizovi	5
	2.1	.1 Matematički model faktora linearnog niza	8
	2.2	Planarni antenski nizovi	9
	2.2	.1 Matematički model faktora planarnog niza	10
3	Dir	ection of Arrival algoritmi	12
	3.1	Klasični metod	13
	3.2	Capon algoritam	14
	3.3	Capon-like algoritam	14
	3.4	Min Norm algoritam	15
	3.5	MUSIC algoritam	15
4	Bea	amforming algoritmi	16
	4.1	LMS algoritam	16
	4.2	Leaky LMS algoritam	17
	4.3	NLMS algoritam	17
	4.4	VSS LMS algoritam	17
	4.5	VSS NLMS algoritam	18
5	Nu	merički rezultati	19
	5.1	DOA algoritmi primijenjeni na linearnim antenskim nizovima	19
	5.2	DOA algoritmi primijenjeni na planarnim antenskim nizovima	27
	5.3	Beamforming algoritmi primijenjeni na linearnim antenskim nizovima	40
	5.4	Beamforming algoritmi primijenjeni na planarnim antenskim nizovima	54
6	Up	oredna analiza performansi DOA i Beamforming algoritama	63
Za	ključa	k	72

## Uvod

Ekspanzija u razvoju telekomunikacija, dovodi do potrebe poboljšanja kvaliteta prenosa podataka potiskivanjem uticaja neželjenih interferencija i prostornim filtriranjem. Ovo se postiže primjenom pametnih antenskih nizova. Pametne antene predstavljaju antenski niz sa procesorom za obradu signala koji koristi procjenu upadnih uglova signala za usmjeravanje dijagrama zračenja. Pametne antene kontinualno prilagođavaju oblik predajnog i/ili prijemnog dijagrama zračenja na konkretni scenario signala. Naime, ovakvi nizovi "osjećaju" okolne izvore interferencije i automatski ih potiskuju pozicioniranjem sekundarnih latica tako da neželjeni signali budu u nultom dijelu dijagrama zračenja, dok glavnu laticu dijagrama zračenja usmjeravaju u pravcu identifikovanog željenog signala. Sve ovo se obavlja dok je izvor signala najčešće u pokretu, pa se od sistema zahtijeva velika dinamičnost. Antenski nizovi mogu da podešavaju kako fazu tako i amplitudu svakog svog elementa ponaosob.

Pametne antene nalaze veliku primjenu u obradi govornog signala, u radarima za skeniranje i praćenje, radio astronomiji i radio teleskopima, a najviše u sistemima mobilne telefonije.

Sistem pametnog antenskog niza se može podijeliti u tri dijela: prvi dio procijenjuje DOA (direction of arrival), drugi dio se bavi klasifikacijom šta su korisni, a šta interferirajući signali, dok treći dio predstavlja beamforming algoritam.

DOA algoritmi su ključna tehnologija u sistemima pametnih antena. Cilj DOA algoritma je da procijeni pravac željenih i interferirajućih signala. Procjena dolaska signala pomoću jedne antene ima svoja ograničenja, jer je širina glavne latice dijagrama zračenja obrnuto proporcionalna dimenziji antene. Povećanje preciznosti procjene dovodi do povećanja dimenzija antene što nije praktično, pa se umjesto jedne antene koriste linearni ili planarni antenski nizovi, tj. više antena raspoređenih u prostoru. U ovom radu biće analizirane performanse sledećih DOA algoritama: MUltiple SIgnal Classification (MUSIC), Capon (MVDR), Min Norm, i Capon-like algoritam. Razmatraće se uticaj upadnog ugla signala, kao i broja i rastojanja elemenata antenskog niza na ponašanje algoritama.

Rezultati DOA procijene koriste se dalje za podešavanje težinskih koeficijenata adaptivnog beamformer-a na način da je maksimalna snaga izračena u pravcu željenog signala, a nule postavljene u pravcima neželjenih signala. Naime, uspješan dizajn adaptivnog antenskog niza uveliko zavisi od izbora adaptivnog algoritma koji treba biti što je moguće precizniji, robustniji i efikasniji. U ovom radu biće analizirane performanse sledećih beamforming algoritama: Least Mean Square (LMS), Normalized Least Mean Square (NLMS), Leaky LMS, Variable Step Size Least Mean Square (VSS LMS) i Variable Step Size Normalized Least Mean Square (VSS NLMS). Razmatraće se uticaj upadnog ugla signala, kao i broja i rastojanja elemenata antenskog niza na ponašanje algoritama i srednju kvadratnu grešku.

Dva najviše zastupljena tipa pametnih antena su "switched beam" pametne antene i adaptivne pametne antene. "Switched beam" metoda ima više nedostataka, kao što su odlučivanje koju laticu u dijagramu zračenja treba aktivirati u datom trenutku, preciznost i efikasnost po pitanju izračene snage. Adaptivni nizovi omogućavaju pametnoj anteni da "skrene" glavnu laticu u bilo kom smjeru od interesa istovremeno postavljajući nule u neželjenim smjerovima. Pametne antene su temelj MIMO sistema (kao što je IEEE 802.11n standard). Naime, pametna antena predstavlja skup bežičnih komunikacionih sistema koji obavlja prostorno filtriranje. U zadnje vrijeme, više antena se koriste za prijemnik ili predajnik. Ovakav sistem se naziva MIMO sistem. Istraživanja su usmjerena na optimizaciju beamforming metoda za prostornu obradu signala. Beamforming adaptacija se koristi i na prijemnoj i predajnoj strani.

DOA procjena, generalno, se zasniva na procjeni kašnjenja faze na svakom elementu u antenskom nizu. Ovo je u suštini suprotni beamformer. Beamforming algoritam unosi kašnjenje signala na svakom elementu da bi "skrenuo" glavnu laticu u željenom pravcu. Prostorno lociranje korisnika mobilne telefonije se zasniva na DOA procjeni pomoću više baznih stanica čijom se kombinacijom dobija tražena lokacija. Veliku ulogu DOA imaju u vojnim sistemima za lociranje izvora signala.

Prve pametne antene su razvijene za vojne i potrebe obavještajnih službi. Ubrzani razvoj mobilne telefonije 1980-tih dovodi do komercijalne primjene pametnih antena. Devedesetih godina, sa pojavom digitalnog radija, bežičnih mreža i satelitske televizije, raste interesovanje za pametne antene, koje svoj vrhunac dostiže

razvojem MIMO tehnologije koja se koristi u 4G mrežama. Dalji razvoj pametnih antena nastavlja se sa tehnologijama 4G MIMO, OFDM, 5G MIMO-OFDM itd.

U ovom radu će biti izvršena analiza performansi DOA i beamforming algoritama primijenjenih na linearnim i planarnim nizovima. Razmatraće se uticaj upadnog ugla signala, broja i rastojanja elemenata antenskog niza i broja iteracija algoritma na ponašanje algoritama, srednju kvadratnu grešku, preciznost, rezoluciju i izračenu snagu.

Beamforming algoritmi, posebno VSS LMS i VSS NLMS, su razvijeni kao algoritmi za obradu govornih signala, pa se u radu vrši prilagođavanje i implementacija ovih algoritama na linearne i planarne nizove. Teorijska razmatranja performansi ovih algoritama, za obradu govornog signala, su provjerena na rezultatima dobijenim simulacijom ovih algoritama na antenske nizove. Rezultati simulacija i uporedna analiza performansi će biti prikazani na odgovarajućim dijagramima zračenja. Biće priložena i analiza sa istaknutim zaključcima.

Kao zaključak analiza predstavljenih u radu očekuje se predlog onog DOA algoritma koji je najotporniji na šumove, vrijednost upadnog ugla, promjenu rastojanja i broja elemenata antenskog niza kao i pregled beamforming algoritama sa predlogom onog algoritma koji daje najbolju rezoluciju adaptacije željenog signala, precizne i duboke nule na dijagramu zračenja i snagu zračenja u neželjenim pravcima.

Rad je organizovan na sledeći način: U prvom poglavlju će biti predstavljen kratki teorijski pregled pametnih antenskih sistema sa osvrtom na metodologiju adaptacije dijagrama zračenja.

U drugom poglavlju će biti predstavljena teorija linearnih i planarnih antenskih nizova. Matematički modeli razvijeni za opisivanje električnog polja u dalekim tačkama su predstavljeni u diskretnom obliku, prilagođeni za adaptivne algoritme. Na kraju će biti izveden matematički model faktora niza pomoću kojeg će se u simulacijama DOA i beamforming algoritama modelovati signal sa antenskog niza.

Treće poglavlje je predviđeno za opisivanje DOA algoritama korišćenih u simulacijama. Od DOA algoritama biće predstavljeni klasični metod, Capon i Capon-like metod, Min-Norm i MUSIC algoritam. Takođe će biti razmatrana i njihova ograničenja kada su u pitanju korelisani signali. U četvrtom poglavlju će biti predstavljen kratak pregled beamforming algoritama koji se koriste u simulacijama: LMS, Leaky LMS, NLMS, VSS LMS i VSS NLMS.

U petom poglavlju će biti prikazani rezultati numeričkih analiza DOA i beamforming algoritama. Razmatraće se uticaj upadnog ugla signala, broja i rastojanja elemenata antenskog niza i broja iteracija algoritma na ponašanje algoritama, srednju kvadratnu grešku, preciznost, rezoluciju i izračenu snagu. DOA i beamforming algoritmi su analizirani prvo na linearnim a zatim na planarnim nizovima. Analiziranje performansi ima za cilj određivanje optimalnih parametara za rad ovih algoritma. Numeričke analize sa zahtijevnom kombinacijom uglova imaju za cilj određivanje najefikasnijeg algoritma kao i optimalnih parametara niza kojima se mogu postići bolji rezultati za ove zahtijevne kombinacije. U šestom poglavlju će biti izvršena simulacija cjelokupnog adaptivnog sistema. Rezultati DOA procjene će biti proslijeđeni beamforming algoritmu u cilju analiziranja performansi adaptivnog sistema.

Na kraju, će biti sumirani rezultati analiza kao i odabir najboljih algoritama za konkretni scenario.

## 1 Pametne antene

Zadnjih decenija, tehnologija pametnih antena dobija na važnosti u komunikacionim i radarskim sistemima za komercijalnu i vojnu upotrebu, kao i u svim drugim tehnologijama koje se zasnivaju na prostornom filtriranju. Stalna potreba za povećanjem pokrivenosti signalom, povećanjem kapaciteta i kvaliteta signala dovodi do brzog širenja novih tehnologija kao što su 3G i LTE, koje koriste tehnike prostornog filtriranja. U ovim sistemima, antene i procesor za obradu signala moraju u kratkom vremenu da procijene smjer dolaska signala, odrede šta su korisni, a šta interferirajući signali i da usmjere glavnu laticu dijagrama zračenja u pravcu korisnih signala [1]. Na ovaj način, omogućava se brzo skeniranje prostora i dinamičko praćenje izvora željenog signala u cilju što efikasnijeg kvaliteta komunikacionih usluga.

Tehnike koje omogućavaju prostorno filtriranje su: nizovi sa prekidačkim dijagramom zračenja, nizovi sa dinamičkim namještanjem glavne latice i adaptivni nizovi. Problemi antenskih nizova sa prekidačkim izvorom napajanja su: mala rezolucija, neprecizno usmjeravanje glavne latice i nemogućnost prijema reflektovanih korisnih signala. Ove probleme rješava niz sa dinamičkim namještanjem glavne latice, međutim on i dalje nije u mogućnosti da primi reflektovane komponente signala. Za razliku od prethodna dva niz sa adaptivnim algoritmom može veoma precizno i sa velikom direktivnošću da usmjeri glavnu laticu u željenom pravcu, istovremeno usmjeravajući sporedne latice dijagrama zračenja u pravcima reflektovanih komponenti signala. Adaptivni antenski nizovi, takođe imaju mogućnost preciznog postavljanja nula na dijagramu zračenja u pravcu neželjenih signala.



Slika 1.1 Različite tehnologije prostornog filtriranja

Adaptivni antenski nizovi imaju veliku primjenu u bežičnim mrežama, gdje povećavaju kapacitete sistema, kvalitet signala, potiskuju šum i interferirajuće signale i smanjuju snagu zračenja u neželjenim pravcima.

Sistem pametne antene sastoji se iz tri dijela [2], [3]:

- 1. DOA (Direction of Arrival) procjena vrši procjenu upadnih uglova svih signala.
- 2. Procesor za obradu signala određuje šta je od procijenjenih signala željeni signal, a šta neželjeni.
- 3. Beamforming algoritam vrši usmjeravanje glavne latice u pravcu željenog signala, istovremeno postavljajući nule u dijagramu zračenju u pravcima neželjenih signala.



Slika 1.2 Šema funkcionisanja sistema pametne antene

Na slici 1.2 prikazana je šema funkcionisanja sistema pametnih antena. Svi signali sa antenskih elemenata se nakon prijema množe sa težinskim koeficijentima i sumiraju. Nakon upoređivanja sa signalom greške vrši se korekcija težinskih koeficijenata.

Adaptivni algoritmi se po pristupu mogu podijeliti u sledeće kategorije:

- Kontinualna adaptacija algoritmi podešavaju težinske koeficijente dok se signal uzorkuje, tj. za svaki odbirak se određuju koeficijenti za najoptimalniji izlaz. Ovakvi algoritmi su podesni kada je statistika signala vremenski varijantna. Primjeri ovakvih algoritama su LMS (Least Mean Square) i RLS (Recursive Least Square).
- Blok adaptacija algoritmi podešavaju koeficijente na osnovu bloka podataka. Koriste se u slučaju nestacionarnih okruženja. Primjer je SMI (Sample Matrix Inversion) algoritam.
- Algoritmi bazirani na referentnom signalu kod ovih algoritama optimizacija se vrši na osnovu minimizacije efektivne greške između signala i šuma. Ovdje se zahtijeva da referentni signal ima veliki stepen korelacije sa željenim signalom tj. da mu bude veoma sličan. Primjeri su LMS (Least Mean Square), RLS (Recursive Least Square) i SMI (Sample Matrix Inversion).
- Slijepi adaptivni algoritmi ovi algoritmi ne zahtijevaju referentni signal, već ga sami generišu na osnovu primljenog signala. Primjeri su: Constant Modulus Algoritam (CMA), Cyclostationary algoritam i Decision-Directed algoritam.

Postoje sintetičke metode za usmjeravanje glavne latice i podešavanje nula na dijagramu zračenja koje se mogu podijeliti u dvije grupe:

- Amplitudna i fazna sinteza faktora niza Fourier-ova, Woodward-Lawson-ova, Least Square metoda,
- Amplitudna sinteza faktora niza Binomialna, Dolph-Chebyshev, Taylor, Bickmore-Spellmire, Bayliss itd.

Ove metode se zasnivaju na matematičkim metodama za određivanje položaja glavne latice i nula u dijagramu zračenja, međutim, one su više naučne nego praktične i veoma ih je teško implementirati na realnom hardveru.

## 2 Antenski nizovi

Antenski nizovi su konfiguracije više antenskih elemenata raspoređenih na nekoj pravoj, ravni ili u prostoru. Antenski nizovi sa više malih antena postižu iste rezultate kao jedna velika antena. Koristeći antenske nizove moguće je elektronski skenirati prostor (bez fizičkog pomjeranja antene) pomjeranjem glavne latice dijagrama zračenja i u isto vrijeme postavljati nule na dijagramu zračenja u pravcu interferirajućih signala. Ako je jedan antenski element izotropni radijator tada se dijagram zračenja niza naziva faktor niza. Ako su pojedinačne antene ne-izotropne, tada se korišćenjem teoreme o multiplikaciji dijagrama zračenja, rezultantni dijagram zračenja dobija kao proizvod faktora niza i individualnog dijagrama zračenja antene.

Širina dijagrama zračenja antenskog niza je jedan od ključnih parametara koji zavisi od sledećih faktora:

- Širine dijagrama zračenja elemenata u nizu
- Rastojanja između elemenata
- Maksimalni ugao "gledanja"
- Dimenzije antenskog niza

Cilj ovog rada je da izvrši uporedne simulacije algoritama za različita rastojanja, dimenzije niza i uglove "gledanja" kako linearnih tako i planarnih antenskih nizova [4] [5]. Kako u obzir nije uzet dijagram zračenja antenskih elemenata, isključivo će se analizirati dijagram zračenja faktora antenskog niza.

Povećavajući dimenzije antenskog niza tj. broj elemenata smanjujemo širinu glavne latice. Direktivnost niza se opisuje jednačinom [6]

$$D = \frac{4\pi \left| AF_{\max} \right|^2}{\int\limits_{0}^{2\pi \pi} \int\limits_{0}^{\pi} \left| AF_{\max} \right|^2 \sin \theta d\theta d\phi}$$

Signali na svakom od elemenata antenskog niza imaju greške kao posljedicu nesavršenosti proizvodnje, otkazivanja nekog od elemenata, starenja i greške kvantizacije. Greške se modeluju kao statističke nezavisne od elementa do elementa ili statistički nezavisne između grupa elemenata. Glavna posledica grešaka je postojanje bočnih latica u dijagramu zračenja i njihovo pojačavanje, greške u usmjeravanju glavne latice kao i smanjenje pojačanja glavne latice.

### 2.1 Linearni antenski nizovi

Linearni antenski niz je niz antenskih elemenata koji su jednako orjentisani i raspoređeni duž jedne prave, na jednakom međusobnom rastojanju. Na slici 2.1 je dat niz od N elemenata koji se nalaze na međusobnom rastojanju *d*.



Slika 2.1 Linearni antenski niz

Antenski niz prima signal x(t) pod uglom  $\theta$  i neka je antena 1 referentna antena u nizu. Signal x(t) je emitovan iz udaljenog izvora i njegov talasni front ima položaj u odnosu na ravan antene kao što je prikazano na slici 2.1. Antena 2 prima signal sa kašnjenjem  $\tau$  u odnosu na antenu 1. Signal na izlazu antenskog niza y(t) se može zapisati kao:

$$y(t) = x(t) + x(t - \tau) + \dots + x(t - (N - 1)\tau)$$
(2.1)

gdje je  $\tau$  vremensko kašnjenje dato relacijom:

$$\tau = \frac{d\sin\theta}{c}$$
, *c* je brzina svijetlosti u vakuumu. (2.2)

Vremensko kašnjenje  $\tau$  odgovara faznom pomjeraju:

$$\psi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \tag{2.3}$$

gdje je  $\lambda$  talasna dužina i iznosi:

$$\lambda = \frac{c}{f_c}$$
,  $f_c$  je frekvencija nosioca. (2.4)

Električno polje prvog elementa u nizu dato je izrazom [7], [6]:

$$E_{1} = j \frac{Z_{c}}{2\pi} I_{1} \frac{e^{-j\beta r_{1}}}{r_{1}} F$$
(2.5)

gdje je F funkcija zračenja elementarne antene koja se koristi u nizu.

Električno polje drugog elementa dato je izrazom:

$$E_2 = j \frac{Z_c}{2\pi} I_2 \frac{e^{-j\beta r_2}}{r_2} F$$
 (2.6)

pri čemu je:

$$r_2 = r_1 + d\sin\theta \tag{2.7}$$

Na osnovu prethodno rečenog slijedi da je  $r_n = r_1 + (n-1)d\sin\theta$ . Električno polje n-tog elementa je dato izrazom:

$$E_{n} = j \frac{Z_{c}}{2\pi} I_{n} \frac{e^{-j\beta r_{n}}}{r_{n}} F = j \frac{Z_{c}}{2\pi} I_{n} \frac{e^{-j\beta (r_{1} + (n-1)d\sin\theta)}}{r_{n}} F = j \frac{Z_{c}}{2\pi} I_{n} \frac{e^{-j\beta r_{1}}}{r_{n}} e^{j(n-1)\beta d\sin\theta}$$
(2.8)

Uzimajući da je u imeniocu izraza (2.8)  $r_1 \approx r_2 \approx r_n$  električno polje n-tog elementa se može napisati u sledećem obliku:

$$E_{n} = j \frac{Z_{c}}{2\pi} I_{n} \frac{e^{-j\beta r_{i}}}{r_{i}} e^{j(n-1)\beta \operatorname{dsin}\theta}$$
(2.9)

U slučaju da postoji fazni pomak  $\delta$  između elemenata niza, koji je konstantan i uzimajući prvu antenu i njenu struju  $I_1$  kao referentnu, tada se jednačina 2.9 može zapisati kao:

$$E_n = E_1 e^{j(n-1)(\delta + \beta \operatorname{dsin} \theta)}$$
(2.10)

gdje je  $\beta = \omega \sqrt{\epsilon \mu} = \frac{2\pi}{\lambda}$ talasni broj. Ako se kao pomoćna funkcija uvede fazni ugao  $\phi$ :

$$\phi = \delta + \beta d \sin \theta \tag{2.11}$$

koji predstavlja fazni pomjeraj polja susjednih elemenata u dalekoj tački, rezultanto polje u posmatranoj tački se može zapisati kao:

$$E_{R} = \sum_{n=1}^{N} E_{1} e^{j(n-1)\phi}$$
(2.12)

Sada se faktor niza definiše izrazom:

$$AF_{n} = \sum_{n=1}^{N} e^{j(n-1)\phi}$$
(2.13)

U slučaju kada je fazni pomjeraj struja  $\delta = 0$  faktor niza je dat sledećim izrazom:

$$AF_{n} = \sum_{n=1}^{N} e^{j(n-1)\psi}$$
(2.14)

Na ovaj način izlazni signal y(t) na osnovu jednačina (2.1), (2.3) i (2.14) se može izraziti kao:

$$y(t) = x(t) + x(t)e^{j\psi} + x(t)e^{j2\psi} + \dots + x(t)e^{(N-1)j\psi}$$
(2.15)

odnosno:

$$y(t) = \sum_{n=1}^{N} x(t) e^{j(n-1)\psi}$$
(2.16)

Dijagram zračenja antenskog niza  $AF(\theta)$  kojim se definiše zračenje niza u pravcu upadnog ugla  $\theta_d$  može se opisati izrazom:

$$AF(\theta_{d}) = \sum_{n=1}^{N} e^{j(n-1)\psi_{d}}$$
(2.17)

Jednačina (2.17) se može normalizovati, tako da je normalizovani faktor niza dat izrazom:

$$(AF(\theta_d))_n = \frac{\sin\left(\frac{N\psi_d}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\psi_d}{2}\right)} e^{\frac{j(N-1)\psi_d}{2}}$$
(2.18)

Faktor niza, na osnovu jednačine (2.18), ima sledeće karakteristike opisane u [6]

- Dijagram zračenja faktora niza ima maksimalne vrijednosti kada je  $\psi_d = 0$ , tj. kada su upadni uglovi signala  $\theta_d = \mp 2n\pi$ , gdje je n = 0, 1, 2, ...
- Dijagram zračenja faktora niza ima nule kada je  $\psi_d = \mp 2n\pi / N$ , gdje je n = 1, 2, 3, ... i  $n \neq N, 2N, 3N, ...$
- Bočne latice u dijagramu zračenja se nalaze između dvije nule, tj. kada je  $\psi = \pm \frac{2n+1}{N}\pi$  gdje je

$$n = 1, 2, ...$$

 Širina dijagrama zračenja antene određuje rezoluciju i pojačanje antenskog niza, pa se definiše širina glavne latice između dvije nule kao:

$$\theta_{nullBW} = \frac{2\lambda}{Nd}$$
(2.19)

 Širina glavne latice se najčešće definiše kao širina latice na 3 dB, a računa se na osnovu formule date u [8]:

$$\Delta \theta_{_{3dB}} = 0.866 \frac{\lambda}{Nd} \tag{2.20}$$

Na osnovu jednačine (2.20) može se zaključiti da se širina dijagrama zračenja smanjuje kako se povećava broj elemenata antenskog niza.

#### 2.1.1 Matematički model faktora linearnog niza

Neka je uniformni antenski niz formiran od N antenskih elemenata i neka prima M signala od željenog izvora  $x_m(t)$  koji stižu pod uglovima  $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_M$ . Antenski niz takođe prima i I signala od neželjenog izvora  $x_i(t)$  koji stižu pod uglovima  $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_I$ .

Na osnovu jednačine (2.16) željeni signal  $y_M(t)$  se može definisati kao [9]:

$$y_M(t) = \sum_{n=1}^{M} x_M(t) e^{j(n-1)\psi}$$
(2.21)

tj.:

$$y_M(t) = \sum_{n=1}^{M} x_M(t) a(\theta)$$
 (2.22)

gdje je  $a(\theta)$  matrica "array steering" koeficijenata dimenzija  $N \times 1$  koja za upadne uglove  $\theta$  ima oblik:

$$a(\theta) = \begin{vmatrix} 1 \\ e^{j(\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta)} \\ e^{j2(\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta)} \\ \vdots \\ e^{j(N-1)(\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta)} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\psi} \\ e^{j2j\psi} \\ \vdots \\ e^{j(N-1)j\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & e^{j\psi} & e^{j2\psi} & \cdots & e^{j(N-1)\psi} \end{bmatrix}^T$$
(2.23)

Ako jednačinu (2.22) zapišemo u matričnom obliku dobijamo:

$$y_m(t) = A_M x_m(t) \tag{2.24}$$

gdje  $A_M$  predstavlja maticu "array steering" vektora željenog signala dimenzija  $N \times M$  koja se može zapisati u sledećem obliku:

$$A_{M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ e^{j(\frac{2\pi}{\lambda}\operatorname{dsin}\theta_{1})} & e^{j(\frac{2\pi}{\lambda}\operatorname{dsin}\theta_{2})} & \cdots & e^{j(\frac{2\pi}{\lambda}\operatorname{dsin}\theta_{M})} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ e^{j(N-1)(\frac{2\pi}{\lambda}\operatorname{dsin}\theta_{1})} & e^{j(N-1)(\frac{2\pi}{\lambda}\operatorname{dsin}\theta_{2}} & \cdots & e^{j(N-1)(\frac{2\pi}{\lambda}\operatorname{dsin}\theta_{M})} \end{bmatrix}$$
(2.25)

Vektor željenih signala  $x_m(t)$  je dimenzije  $M \times 1$  i dat je izrazom:

$$x_m(t) = \begin{bmatrix} x_{m1}(t) & x_{m2}(t) & \cdots & x_{mM}(t) \end{bmatrix}^T$$
 (2.26)

Analogno željenom signalu, na isti način se definiše vektor neželjenog signala:

$$y_i(t) = A_I x_i(t)$$
 (2.27)

gdje matica  $A_I$  predstavlja maticu "array steering" vektora neželjenog signala dimenzija  $N \times I$  koja se može zapisati u sledećem obliku:

$$A_{I} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ e^{j(\frac{2\pi}{\lambda}\operatorname{dsin}\alpha_{1})} & e^{j(\frac{2\pi}{\lambda}\operatorname{dsin}\alpha_{2})} & \cdots & e^{j(\frac{2\pi}{\lambda}\operatorname{dsin}\alpha_{I})} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ e^{j(N-1)(\frac{2\pi}{\lambda}\operatorname{dsin}\alpha_{1})} & e^{j(N-1)(\frac{2\pi}{\lambda}\operatorname{dsin}\alpha_{2}} & \cdots & e^{j(N-1)(\frac{2\pi}{\lambda}\operatorname{dsin}\alpha{I})} \end{bmatrix}$$
(2.28)

Vektor neželjenih signala  $x_i(t)$  je dimenzije  $I \times 1$  i dat je izrazom:

$$x_i(t) = \begin{bmatrix} x_{i1}(t) & x_{i2}(t) & \cdots & x_{il}(t) \end{bmatrix}^T$$
 (2.29)

Konačno, ukupan signal y(t) koji prima antenski niz je suma željenih signala, neželjenih signala i bijelog Gausovog šuma [6] kojeg detektuje antena, a opisuje se vektorom n(t) dimenzije  $N \times 1$ . Signal y(t) se definiše kao:

$$y(t) = y_m(t) + y_i(t) + n(t)$$
 (2.30)

### 2.2 Planarni antenski nizovi

Planarni antenski nizovi su nizovi antenskih elemenata koji su jednako orjentisani i raspoređeni u prostoru ( xOy ravan) na međusobnim rastojanjima  $d_x$  i  $d_y$  kao što je prikazano na slici 2.2.



Slika 2.2 Planarni antenski niz

Neka planarni antenski niz dimenzija  $N_x \times N_y$  prima signal x(t) koji na niz pada pod elevacionim uglom  $\theta$  i azimutnim uglom  $\phi$ . Analogno linearnim nizovima, signali koji stižu na dva susjedna antenska elementa imaju faznu razliku. Kašnjenje između dva elementa je dato izrazom:

$$\tau = \frac{d_x \sin \theta \cos \phi + d_y \sin \theta \sin \phi}{c}$$
(2.31)

Fazna razlika između dva elementa po x osi će biti:

$$\psi_x = \frac{2\pi d_x}{\lambda} \sin\theta \cos\phi \tag{2.32}$$

a fazna razlika između dva elementa po y osi će biti:

$$\psi_{y} = \frac{2\pi d_{y}}{\lambda} \sin\theta \sin\phi$$
(2.33)

Ukupno fazno kašnjenje signala na jednom elementu je suma faznih kašnjenja po x i po y osi, tj.:

$$\psi = \psi_x + \psi_y \tag{2.34}$$

Suma signala  $y_m(t)$  za svaki red i kolonu planarnog niza se može definisati kao:

$$y_{x}(t) = \sum_{n=1}^{N_{x}} x(t) e^{j(n-1)\psi_{x}}$$
(2.35)

$$y_{y}(t) = \sum_{k=1}^{N_{y}} x(t) e^{j(k-1)\psi_{y}}$$
(2.36)

tj. za svaki red i kolonu faktor niza je jednak:

$$AF_{x} = \sum_{n=1}^{N_{x}} e^{j(n-1)\psi_{x}}$$
(2.37)

$$AF_{y} = \sum_{k=1}^{N_{y}} e^{j(k-1)\psi_{y}}$$
(2.38)

Na osnovu principa multiplikacije dijagrama zračenja niza u dalekoj tački, slijedi da je  $y(t) = y_x(t) y_y(t)$ , dok je rezultantni faktor niza jednak:

$$AF(\theta,\phi) = AF_x AF_y = \sum_{n=1}^{N_x} \sum_{k=1}^{N_y} e^{j(n-1)\psi_x} e^{j(k-1)\psi_y}$$
(2.39)

Na osnovu jednačine (2.34) slijedi da je:

$$AF(\theta,\phi) = AF_x AF_y = \sum_{n=1}^{N_x} \sum_{k=1}^{N_y} e^{j(n-1)(k-1)\psi}$$
(2.40)

tj.

$$AF(\theta,\phi) = \sum_{n=1}^{N_x} \sum_{k=1}^{N_y} e^{j(n-1)(k-1)(\frac{2\pi d_x}{\lambda}\sin\theta\cos\phi + \frac{2\pi d_y}{\lambda}\sin\theta\sin\phi)}$$
(2.41)

#### 2.2.1 Matematički model faktora planarnog niza

Neka je uniformni planarni antenski niz formiran od  $N_x \times N_y$  antenskih elemenata raspoređenih u xOy ravni sa rastojanjem između elemenata  $d_x$  i  $d_y$  (slika 2.2). Neka niz prima M željenih signala  $x_m(t)$  koji dolaze pod elevacionim uglovima  $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_M$  i azimutnim uglovima  $\phi_1, \phi_2, ..., \phi_M$  i neka prima I neželjenih signala  $x_i(t)$  koji dolaze pod elevacionim uglovima  $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_I$  i azimutnim uglovima  $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_I$ .

Posmatrajući ovaj model sa stanovišta diskretnog signala željeni signal se može definisati kao:

$$y_M(t) = \sum_{n=1}^{M} x_M(t) a(\theta, \phi)$$
 (2.42)

gdje je  $a(\theta, \phi)$  vektor "array steering" koeficijenata za jedan signal dimenzija  $N \times 1$  (gdje je ukupan broj elemenata niza  $N = N_X \times N_Y$ ) koja za upadne uglove  $\theta$  i  $\phi$  ima oblik:

$$a(\theta,\phi) = \begin{bmatrix} 1\\ e^{j\psi}\\ e^{j2\psi}\\ \vdots\\ e^{j(N-1)\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & e^{j\psi} & e^{j2\psi} & \cdots & e^{j(N-1)\psi} \end{bmatrix}^T$$
(2.43)

gdje je  $\psi = \left(\frac{2\pi d_x}{\lambda}\sin\theta\cos\phi + \frac{2\pi d_y}{\lambda}\sin\theta\sin\phi\right).$ 

Ako jednačinu (2.42) zapišemo kao proizvod matrica dobijamo da je:

$$y_m(t) = A_M x_m(t)$$
(2.44)

gdje  $A_{M}$  predstavlja maticu "array steering" vektora željenog signala dimenzija  $N \times 1$  i može se zapisati kao:

$$A_{M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ e^{j\psi_{1}} & e^{j\psi_{2}} & \cdots & e^{j\psi_{M}} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ e^{j(N-1)\psi_{1}} & e^{j(N-1)\psi_{2}} & \cdots & e^{j(N-1)\psi_{M}} \end{bmatrix}$$
(2.45)

gdje  $\psi_1$  predstavlja fazni pomak prvog signala na svim elementima niza, a  $\psi_M$  predstavlja fazni pomjeraj Mtog signala na svim antenskim elementima.

Vektor željenih signala  $x_m(t)$  dimenzije  $M \times 1$  je dat sledećim izrazom:

$$x_m(t) = \begin{bmatrix} x_{m1}(t) & x_{m2}(t) & \cdots & x_{mM}(t) \end{bmatrix}^T$$
 (2.46)

Analogno željenom signalu, na isti način se definiše i vektor neželjenog signala kao:

$$y_i(t) = A_I x_i(t)$$
 (2.47)

gdje matica  $A_I$  predstavlja maticu "array steering" vektora neželjenog signala dimenzija  $N \times I$  i može se zapisati kao:

$$A_{I} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ e^{j\zeta_{1}} & e^{j\zeta_{2}} & \cdots & e^{j\zeta_{I}} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ e^{j(N-1)\zeta_{1}} & e^{j(N-1)\zeta_{2}} & \cdots & e^{j(N-1)\zeta_{I}} \end{bmatrix}$$
(2.48)

gdje je

$$\zeta = \left(\frac{2\pi d_x}{\lambda}\sin\alpha\cos\beta + \frac{2\pi d_y}{\lambda}\sin\alpha\sin\beta\right)$$
(2.49)

Vektor neželjenih signala  $x_i(t)$  dimenzija  $I \times 1$  može se definisati kao:

$$x_i(t) = \begin{bmatrix} x_{i1}(t) & x_{i2}(t) & \cdots & x_{il}(t) \end{bmatrix}^T$$
 (2.50)

Konačno, ukupan signal y(t) koji prima antenski niz je suma željenih signala, neželjenih signala i bijelog Gausovog šuma kojeg detektuje antena, a opisuje se vektorom n(t) dimenzije  $N \times 1$  i dat je izrazom:

$$y(t) = y_m(t) + y_i(t) + n(t)$$
 (2.51)

U slučaju da je azimutni ugao  $\phi$  fiksiran ili jednak nuli, jednačine za planarne nizove se svode na jednačine linearnih nizova.

### 3 Direction of Arrival algoritmi

Zadnjih decenija, problem određivanja ugla dolaska signala (DOA – Direction of Arrival) se intenzivno izučava. Oblasti primjene DOA algoritama su: obrada signala, obrada audio signala [10], bežične komunikacije [11], sonar [12], radar, seizmička ispitivanja i mnoge druge [13], [14]. U sistemima pametnih antena, DOA je ključni proces za određivanje ugla dolaska signala da bi beamforming algoritmi, na osnovu procjene DOA algoritama, kasnije usmjerili glavnu laticu dijagrama zračenja u pravcu dolazećeg signala.

Postoji veliki broj DOA algoritama kao što su:

- Konvencionalni bazirani na spektru
- Podprostorni bazirani na spektru
- Statistički metodi

Konvencionalni metodi su najpraktičniji, jer ne zahtijevaju veliku snagu procesora i veliko vrijeme obrade. Osnovni nedostatak konvencionalnih metoda je slaba rezolucija, što je dovelo do razvoja podprostornih metoda. Podprostorni metodi kao što su MUSIC i ESPRIT daju veliku preciznost i rezoluciju [15]. Međutim, performanse ovih algoritama uveliko zavise od procjene broja signala i međusobne korelacije signala (uslov za rad ovih algoritma je da signali nijesu korelisani). Ovi algoritmi traže velike kapacitete procesora (velika složenost računanja) i u slučaju postojanja reflektovanih signala oni pokazuju loše rezultate. Ukoliko se kao elementi u antenskim nizovima koriste direkcione antene, podprostorni metodi se ne mogu koristiti sa velikom efikasnošću zbog međusobnog uparivanja između elemenata niza i različitog pojačanja u određenim pravcima. U slučajevima korelisanih signala i kada se kao antenski elementi koriste direkcione antene Capon i Capon-like metod pokazuju najbolje rezultate.



Slika 3.1 Antenski niz dimenzije N sa upadajućim signalima

Većina DOA algoritama se zasniva na korelacionoj matrici antenskog niza. Na slici 3.1 prikazan je niz od N elemenata na koji dolazi M signala. Svaki signal  $x_m(k)$  sadrži pored korisne komponente i bijeli Gausov šum. Izlazni signal niza je dat u sledećem obliku:

$$y(\mathbf{k}) = w^T x(k) \tag{3.1}$$

gdje su  $w = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \cdots & w_N \end{bmatrix}^T$  težinski koeficijenti elemenata u nizu, a x(k) se može predstaviti kao:

$$x(k) = AFx_m(k) + n(k)$$
(3.2)

Za razliku od jednačine (2.30) gdje je pored željenog signala i šuma postojao i neželjeni signal, u ovom slučaju se ne zna koji je od signala željeni, a koji neželjeni.

U jednačini (3.2) AF predstavlja vektor "array steering" koeficijenata definisan (2.25):

$$AF = \begin{bmatrix} a(\theta_1, \phi_1) & a(\theta_2, \phi_2) & \cdots & a(\theta_N, \phi_n) \end{bmatrix}$$
(3.3)

Vektor dolaznih signala  $x_m(k)$  analogno sa (2.26) je:

$$x_{m}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} x_{m1}(\mathbf{k}) \\ x_{m2}(\mathbf{k}) \\ \vdots \\ x_{mN}(\mathbf{k}) \end{bmatrix}$$
(3.4)

tj. vektor x(k) je tada jednak:

$$x(k) = \begin{bmatrix} a(\theta_1, \phi_1) & a(\theta_2, \phi_2) & \cdots & a(\theta_N, \phi_N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{m1}(k) \\ x_{m2}(k) \\ \vdots \\ x_{mN}(k) \end{bmatrix} + n(k)$$
(3.5)

Kako su dolazni signali vremenski promjenjivi i kako je upadni ugao ovih signala vremenski promjenjiv, jednačine (3.5) (3.1) nijesu prilagođene za vremensku zavisnost. Ovo je razlog zašto je potrebno definisati korelacione matrice signala i šuma [6]. Korelaciona matrica izlaznog signala niza i korelaciona matrica signala se definišu kao matematičko očekivanje kvadrata apsolutnih vrijednosti odnosno:

$$R_{yy} = E \left[ y \cdot y^{H} \right]$$
(3.6)

$$R_{xx} = E \left[ x_m \cdot x_m^H \right]$$
(3.7)

Kako statistika signala i šuma nije poznata, korelacija se aproksimira korišćenjem vremenskog prosjeka korelacije:

$$R_{yy} \approx \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} y(\mathbf{k}) \cdot y^{H}(\mathbf{k})$$
(3.8)

$$R_{xx} \approx \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} x(\mathbf{k}) \cdot x^{H}(\mathbf{k})$$
(3.9)

$$R_{nn} \approx \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} n(\mathbf{k}) \cdot n^{H}(\mathbf{k})$$
(3.10)

Za N elemenata antenskog niza i M uskopojasnih signala zajedno sa nekorelisanim šumom, mogu se pretpostaviti neke osobine korelacione matrice. Matrica  $R_{yy}$  je Hermitian reda  $N \times N$ . Korelaciona matrica izlaznog signala niza ima N sopstvenih vrijednosti  $(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_N)$  zajedno sa N sopstvenih vektorima  $E = [e_1, e_2, ..., e_N]$ . Ako su sopstvene vrijednosti sortirane od najmanjih do najvećih, matrica E se može podijeliti na dva pod-prostora  $E = [E_N E_S]$ , tj. na podprostor šuma i podprostor signala. Cilj procjene ugla dolaska signala jeste da da indikaciju uglova dolaska baziranu na maksimumu snage. Ova funkcija se naziva pseudospektar  $P(\theta, \phi)$  i može predstavljati energiju ili snagu. Postoji više načina za procjenu ugla dolaska signala i oni će biti predstavljeni u sledećim glavama.

#### 3.1 Klasični metod

Klasični ili Bartlett-ov metod je jedan od metoda za određivanje ugla dolaska signala, koji se bazira na skeniranju glavnom laticom dijagrama zračenja kroz prostor od interesa. Na ovaj način se računa izlazna snaga kao funkcija ugla  $\theta$  i ugla  $\phi$  i može se izraziti jednačinom [6]:

$$P(\theta,\phi) = \mathbf{a}^{H}(\theta,\phi) \mathbf{R}_{xx} \mathbf{a}(\theta,\phi)$$
(3.11)

Ovaj metod predstavlja ekvivalent sumiranju svih "array steering" koeficijenata za svaki dolazni ugao ponaosob i traženju apsolutne vrijednosti kvadrata sume.

Nedostaci ovog metoda su [16], [17] određivanje više bliskih upadnih uglova i povećanje rezolucije koje je moguće jedino povećanjem dimenzija antenskog niza što se negativno odražava na brzinu procjene, jer su dimenzije matrica veće.

#### 3.2 Capon algoritam

Capon ili MVDR (Minimum Variance Distortionless Response) metod je osmišljen da bi prevazišao problem više signala koji se pojavljuje kod klasičnog metoda (kada imamo više dolaznih signala snaga na izlazu sadrži kako komponentu signala tako i komponentu svih ostalih signala) [18]. Ova tehnika minimizuje uticaj neželjenih signala minimiziranjem snage na izlazu, tj.:

$$\min_{w} E\left[\left|y(\mathbf{k})^{2}\right|\right] = \min_{w} w^{H} R_{xx} w$$
(3.12)

istovremeno održavajući snagu u željenom pravcu konstantnom (jedinična vrijednost):

$$w^{H}a(\theta,\phi) = 1 \tag{3.13}$$

Rješenje jednačine (3.12) je vektor (MVDR beamformer) koji propušta signal iz željenog pravca bez promjene (jedinično pojačanje i nulti fazni pomjeraj), a minimizira snagu ostalih signala [6].

Minimizacija u (3.12) se vrši pomoću Lagranžovog metoda, a vektor težinskih koeficijenata, koji je rješenje jednačine (3.12) dat je izrazom:

$$w = \frac{R_{xx}^{-1}a(\theta,\phi)}{a^{H}(\theta,\phi)R_{yx}^{-1}a(\theta,\phi)}$$
(3.14)

Izlazna snaga antenskog niza kao funkcija upadnog ugla  $\theta$  i  $\phi$  se opisuje prostornim spektrom snage:

$$P(\theta,\phi) = \frac{1}{a^{H}(\theta,\phi)R_{rr}^{-1}a(\theta,\phi)}$$
(3.15)

Na osnovu ovog spektra snage upadni uglovi signala (DOA) se procjenjuju na osnovu maksimalnih pikova u spektru.

Nedostatak Capon metoda je zahtjevno računanje inverzne autokorelacione matrice, što u slučaju velikih antenskih nizova zahtijeva veliko vrijeme i jačinu procesora [16] [19] [17].

#### 3.3 Capon-like algoritam

Capon like algoritam, predložen u [20] [21] [22] sa primjenom u visoko direktivnim antenskim nizovima, za razliku od Capon metoda (3.13) koji u pravcu gledanja održava jediničnu snagu, uvodi pojačanje niza  $g(\theta, \phi)$  u pravcu gledanja.

Kod Capon like algoritma, vektor "array steering" koeficijenata je jednak:

$$AF(\theta,\phi) = \begin{bmatrix} g(\theta_1,\phi_1)a(\theta_1,\phi_1) & g(\theta_2,\phi_2)a(\theta_2,\phi_2) & \cdots & g(\theta_N,\phi_N)a(\theta_N,\phi_N) \end{bmatrix}$$
(3.16)

gdje je  $g(\theta, \phi)$  pojačanje antene u pravcu  $\theta$  i  $\phi$ . Kako je izlaz antenskog niza pod uticajem pojačanja  $g(\theta, \phi)$  minimiziranje snage na izlazu se može definisati kao:

$$\min_{w} w^{H} R_{xx} w \tag{3.17}$$

istovremeno održavajući snagu u željenom pravcu datu sledećim izrazom:

$$w^{H}a(\theta,\phi) = g(\theta,\phi) \tag{3.18}$$

Primjenjujući Lagrange-ov metod optimizacije jednačine (3.18) težinski koeficijenti se mogu odrediti na sledeći način:

$$w = \frac{R_{xx}^{-1}a(\theta,\phi)g(\theta,\phi)}{a^{H}(\theta,\phi)R_{yx}^{-1}a(\theta,\phi)}$$
(3.19)

Konačno, spektar snage Capon-like algoritma je dat izrazom:

$$P(\theta,\phi) = \frac{a^{H}(\theta,\phi)a(\theta,\phi)}{a^{H}(\theta,\phi)R_{rr}^{-1}a(\theta,\phi)}$$
(3.20)

#### 3.4 Min Norm algoritam

Min Norm metod se koristi u slučaju uniformnih antenskih nizova. Min Norm metod optimizuje težinske koeficijente na sledeći način [7]:

$$\min_{w} w^{H} w \tag{3.21}$$

$$E_S^H w = 0 \tag{3.22}$$

$$w^{H}u_{1} = 1$$
 (3.23)

gdje w predstavlja težinske koeficijente,  $E_s$  podprostor sopstvenih vektora signala  $E_s = [e_{N-M+1}, e_{N-M+2}, ..., e_N]$ , N broj elemenata niza, a M broj signala.  $u_1$  je osnovni vektor (cartesian basic vector) koji predstavlja prvu kolonu  $N \times N$  matrice identiteta.

Min Norm prostorni spektar snage definisan je sledećom relacijom:

$$P(\theta,\phi) = \frac{\left(u_{1}^{T} E_{N} E_{N}^{H} u_{1}\right)^{2}}{\left|a^{H}(\theta,\phi) E_{N} E_{N}^{H} u_{1}\right|^{2}}$$
(3.24)

gdje je  $E_N$  podprostor sopstvenih vektora  $E_N = [e_1, e_2, ..., e_{N-M}]$ .

Normalizovanjem jednačine (3.24) dobija se spektar snage dat sledećim izrazom:

$$P(\theta,\phi) = \frac{1}{\left|a^{H}(\theta,\phi)\mathbf{E}_{N} \mathbf{E}_{N}^{H} u_{1}\right|^{2}}$$
(3.25)

#### 3.5 MUSIC algoritam

MUSIC (MUltiple SIgnal Classification) polazi od pretpostavke da je šum nekorelisan i da su signali nekorelisani ili malo korelisani [6] [23]. Pri velikom stepenu korelacije signala MUSIC algoritam ne radi i neophodno je koristiti druge metode. Kada su signali nekorelisani MUSIC algoritam može precizno procijeniti broj signala i dolazne uglove signala [16] [17]. MUSIC algoritam se bazira na pretraživanju skupa svih "array steering" vektora i pronalaženju onog koji je normalan na podprostor šuma.

MUSIC algoritam se zasniva na pronalaženju sopstvenih vrijednosti i sopstvenih vektora autokorelacione matrice  $R_{xx}$  [9] [7], zatim pronalaženje sopstvenih vektora povezanih sa signalima i sopstvenih vektora povezanih sa šumom. Nakon toga, neophodno je pronaći sopstvene vektore povezane sa najmanjim sopstvenim vrijednostima za nekorelisane signale (najmanja sopstvena vrijednost je jednaka varijansi šuma). Sopstveni vektori podprostora šuma su normalni na "array steering" vektore za upadne uglove  $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_M$  i  $\phi_1, \phi_2, ..., \phi_M$ , i zbog ovoga principa ortogonalnosti pokazuje se da je Euklidovo rastojanje  $d^2 = a^H(\theta, \phi) E_N E_N^H a(\theta, \phi) = 0$  za jedan i za svaki ugao  $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_M$  i  $\phi_1, \phi_2, ..., \phi_M$ . Stavljajući ovaj izraz za

rastojanje u imenilac dobijamo oštre pikove u pravcima dolaska signala. MUSIC spektar snage određen na ovaj način se definiše kao:

$$P(\theta,\phi) = \frac{1}{\left|a^{H}(\theta,\phi)E_{N}E_{N}^{H}a(\theta,\phi)\right|}$$
(3.26)

### 4 Beamforming algoritmi

Antenski niz sa beamforming algoritmom omogućava odabiranje primljenog signala u prostoru (prostorno odabiranje). Prostornim filtriranjem je moguće odvojiti željeni signal od neželjenog signala, iako se pojavljuju u istom frekventnom opsegu i u isto vrijeme, sve dok su prostorno odvojeni. Beamformer linearno kombinuje prostorne odbirke sa svakog elementa niza u cilju računanja skalarnog izlaza.

Adaptivni nizovi su sistemi koji kontinualno adaptiraju dijagram zračenja u cilju ispunjavanja određenog uslova. Neki od uslova su minimalna kvadratna greška (MSE), maksimalni odnos signal/šum (SNR), minimalna varijansa šuma, minimalna izlazna snaga, maksimalno pojačanje i slično. Adaptivni sistemi se koriste u sistemima gdje se statistika signala mijenja kontinualno i nije poznata unaprijed.

Tehnika beamforminga je zahtijevna sa stanovišta računskih kapaciteta. Primjena u sonarima nije suviše zahtijevna pa se može obrađivati u realnom vremenu. Nasuprot ovome, primjena u radarima je vrlo zahtijevna pa je veoma teško vršiti neophodne procjene u realnom vremenu.

Beamforming tehnike imaju primjenu u mobilnim mrežama i to: 3G – WCDMA – predajni antenski niz koristi TxAA beamforming, 3G evolution – LTE/UMB MIMO baziran beamforming sa SDMA tehnikom i 4G, 5G - beamforming rješenja koja podržavaju SDMA.

Adaptivni algoritmi su mnogo proučavani u zadnjih nekoliko decenija i koriste se u mnogim oblastima. Pronalaze primjenu u radarima, sonarima, seizmologiji, bežičnim komunikacijama, radio astronomiji i akustici. Dva najpopularnija algoritma su LMS i RLS [6] [24].

### 4.1 LMS algoritam

LMS algoritam računa težinske koeficijente beamformer-a u cilju minimiziranja srednje kvadratne greške. U koracima, LMS algoritam se može opisati na sledeći način [9]:

- Inicijalizacija vektora težinskih koeficijenata w(0) = 0
- Iteracija for  $n \ge 1$
- Računanje greške e(n):

$$e(n) = d(n) - w^{H}(n) x(n)$$
 (4.1)

Računanje sledećeg težinskog koeficijenta:

$$w(n+1) = w(n) + 2\mu x(n)e(n)$$
 (4.2)

gdje je  $\mu$  veličina koraka i ima malu pozitivnu vrijednost (na primjer  $\mu = 0.0075, \mu = 0.075, \mu = 0.025$  itd..), a d je referentni signal.

Izlaz beamformer-a je dat izrazom:

$$y(\mathbf{n}) = \mathbf{w}^{H}(\mathbf{n}) \mathbf{x}(\mathbf{n})$$
(4.3)

Brzina konvergencije LMS-a je proporcionalna koraku  $\mu$ . Ako je  $\mu$  previše malo, konvergencija je spora, a u slučaju kada je  $\mu$  veliko algoritam može prekoračiti optimalne težinske koeficijente. Uslov za stabilnost algoritma je data izrazom [6]:

$$0 \le \mu \le \frac{2}{\lambda_{\max}} \tag{4.4}$$

gdje je  $\lambda_{\max}$  maksimalna sopstvena vrijednost korelacione matrice.

LMS se koristi u komunikacionim sistemima gdje je prisutan željeni signal, ali ne i kod radara gdje ne znamo šta nam je željeni signal. Referentni signal mora zadovoljiti uslov da je visoko korelisan sa željenim signalom i nekorelisan sa interferirajućim signalima i treba da ima sličan upadni ugao i spektralne karakteristike kao željeni signal.

#### 4.2 Leaky LMS algoritam

Leakage – LMS algoritam je razvijen u cilju smanjenja srednje kvadratne greške i kvadratne greške ispod neke nominalne vrijednosti, pomoću faktora curenja  $\alpha(n)$  [25]. U slučajevima ne-stacionarnog šuma i vremenski varijabilnih odnosa signal-šum, Leaky NLMS algoritam optimizuje stabilnost i performanse LMS i algoritama baziranih na LMS-u. Leaky LMS algoritam je baziran na "Lyapunov tuning" pristupu. U odnosu na tradicionalne LMS i NLMS algoritme, ovaj algoritam pokazuje bolje rezultate na polju adaptacije antenskih nizova [26].

U odnosu na LMS, Leaky LMS se razlikuje samo u zadnjem koraku. Težinski koeficijenti se računaju po relaciji [27]:

$$w(n+1) = (1 - \alpha(n)) w(n) + \mu x(n) e(n)$$
(4.5)

#### 4.3 NLMS algoritam

NLSM (Normalized Least Mean Square) algoritam je razvijen u cilju prevazilaženja nedostataka LMS algoritma čiji rad jako zavisi od izbora koraka  $\mu$  [28] [29] [30]. Korak  $\mu$  se kod NLMS algoritma definiše kao:

$$\mu(\mathbf{n}) = \frac{\mu_{norm}}{1 + x^T(\mathbf{n}) \mathbf{x}(\mathbf{n})}$$
(4.6)

gdje je  $\mu_{norm}$  faktor konvergencije koji uzima vrijednost između 0 i 1, a uvodi se da bi povećao brzinu konvergencije.

Drugi način za povećanje brzine konvergencije sa NLMS-om je da se  $\mu_{norm}$  određuje na osnovu jednačine:

$$\mu_{norm}(n+1) = \begin{cases} \mu_{norm,\max} & \text{if } \mu_{norm}(n+1) > \mu_{norm,\max} \\ \mu_{norm,\min} & \text{if } \mu_{norm}(n+1) < \mu_{norm,\max} \\ \mu_{norm}(n+1)\_u\_ostalim\_slucajevima \end{cases}$$
(4.7)

gdje je  $\mu_{norm,max} = 1$  da bi se obezbijedila brza konvergencija. Težinski koeficijenti se računaju prema sledećem izrazu:

$$w(n+1) = w(n) + 2\mu x(n)e(n)$$
(4.8)

#### 4.4 VSS LMS algoritam

Variable Step Size LMS (VSS LMS) je razvijen sa ciljem postizanja velike brzine konvergencije i smanjenja greške. Na početku adaptacije pomoću ovog algoritma, korak je veliki kako bi se ubrzala konvergencija. Nakon toga, kada se algoritam približi stabilnom stanju, korak se postepeno smanjuje u cilju smanjenja greške na izlazu [31] [32] [33] [34] [35] [36] [37] [38].

Implementacija ovog algoritma ima za cilj smanjenje greške procjene težinskih koeficijenata, smanjenje grešaka usmjeravanja i povećanje rezolucije glavne latice dijagrama zračenja [39]. Težinski koeficijenti se računaju po formuli:

$$w(n+1) = w(n) + \mu_{v} x(n)e(n)$$
(4.9)

Varijablini korak  $\mu_{\nu}$  je dat izrazom:

$$\mu(n+1) = \alpha \mu(n) + \gamma p^{2}(n)$$
(4.10)

gdje je p kvadrat prosječne estimacije autokorelacije signala e(n) i e(n-1) koji se opisuje izrazom [40]:

$$p(n) = \beta p(n-1) + (1-\beta)e(n)e(n-1)$$
(4.11)

gdje su koeficijenti  $0 < \beta < 1$ ,  $0 < \alpha < 1$  i  $0 < \gamma$ . Korak  $\mu(n+1)$  se računa na osnovu:

$$\mu(n+1) = \begin{cases} \mu_{\max} & ; if \ \mu(n+1) > \mu_{\max} \\ \mu_{\min} & ; if \ \mu(n+1) < \mu_{\min} \\ \mu(n+1); \end{cases}$$
(4.12)

Početna vrijednost koraka je  $\mu_{max}$ . Jednačina (4.10) podešava korak na osnovu vrijednosti koraka u prethodnoj iteraciji, dok kasnije (4.12) podešava korak na osnovu trenutnog signala i prethodne greške.

### 4.5 VSS NLMS algoritam

VSS NLMS algoritam je dobijen kombinacijom performansi NLMS i VSS LMS algoritma [41]. On ima veliku brzinu konvergencije, veliku rezoluciju i malu grešku sa promjenjivim korakom [42] [43] [44] [45] [46] [47] [48].

VSS NLMS koristi korak  $\mu$  koji se računa na osnovu [40] [49]:

$$\mu(\mathbf{n}) = \frac{1}{x^{H}(\mathbf{n}) \mathbf{x}(\mathbf{n})} \left[ 1 - \frac{\sigma_{rv}}{\sigma_{e}(\mathbf{n})} \right]$$
(4.13)

gdje je  $\sigma_{_{T\!v}}^2$  snaga sume primljenog signala i šuma, a  $\sigma_{_e}^2$  snaga signala greške.

Dakle, predloženi VSS NLMS algoritam računa težinske koeficijente na osnovu sledeće jednačine:

$$w(n+1) = w(n) + \mu e(n) x(n)$$
 (4.14)

## 5 Numerički rezultati

### 5.1 DOA algoritmi primijenjeni na linearnim antenskim nizovima

U svim simulacijama, kao ulazni signal, korišćen je signal opisan jednačinom (2.30). Broj elemenata antenskog niza, rastojanje između elemenata, kombinacija upadnih uglova i broj iteracija su parametri čiji je uticaj na performanse DOA algoritama analiziran.

Na slici 5.1 prikazani su rezultati dobijeni primjenom klasičnog, MUSIC, Capon, Min Norm i Capon-like algoritma na linearni antenski niz koji se sastoji od 10 elemenata na međusobnom rastojanju  $d = \lambda/2$ . Simulacije su vršene za 100 iteracija kada upadni signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = -30^\circ$ ,  $\theta_2 = -5^\circ$  i  $\theta_3 = 40^\circ$ . Snage svakog od signala imaju jediničnu vrijednost. Rezultati simulacija su prikazani u normalizovanim vrijednostima snage.



Slika 5.1 Dijagrami zračenja faktora niza dobijeni pomoću DOA algoritama primijenjenih na linearni antenski niz

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.1 vidi se da algoritmi postižu različitu preciznost i rezoluciju procjene dolaznog ugla, kao i različito zračenje u neželjenim pravcima. Može se zaključiti da najbolje rezultate postiže MUSIC algoritam po pitanju svih performansi. Min Norm nema jednaku snagu zračenja u svim pravcima od interesa, dok Capon i Capon-like algoritmi postižu dobre rezultate po pitanju procjene sa lošijom rezolucijom. Klasični algoritam postiže najgore rezultate.

U tabeli 1 su prikazani rezultati procjene upadnih uglova za analizirane DOA algoritme. Na osnovu podataka iz tabele, može se zaključiti da je greška koju svi algoritmi prave u procjeni veoma mala i iznosi naviše 0.25°.

Algoritam	$\theta_1 = -30^\circ$	$\theta_2 = -5^{\circ}$	$\theta_3 = 40^{\circ}$
Klasični	-30.0330°	-4.7469°	39.8286°
MUSIC	-30.0330°	-5.0467°	40.0285°
Capon	-29.9330°	-4.9468°	40.0285°
Min-norm	-29.8331°	-4.8468°	39.9285°
Capon-like	-29.8331°	-5.0467°	39.9285°

Tabela 1 Rezultati procjene DOA algoritama primijenjenih na linearni niz

Tabela 2 Normalizovana snaga zračenja u pravcima dolaznih signala

Algoritam	$\theta_1 = -30^\circ$	$\theta_2 = -5^{\circ}$	$\theta_3 = 40^\circ$
Klasični	0.8803	0.8951	1
MUSIC	0.8324	0.9076	1
Capon	0.8698	0.9270	1
Min-norm	1	0.1054	0.0729
Capon-like	1	0.9142	0.8151

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih u tabeli 2 može se zaključiti da Min Norm algoritam pokazuje velike varijacije u snazi zračenja u pravcima dolaznih signala, što može rezultirati greškom u procjeni.

Za prethodno definisani antenski niz na slici 5.2 je dat uporedni dijagram zračenja faktora niza u *dB* dobijen primjenom DOA algoritma na linearni antenski niz.



Slika 5.2 Uporedni dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom DOA algoritama na linearni antenski niz

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.2 može se zaključiti da po pitanju rezolucije i zračenja u neželjenim pravcima najbolje rezultate postiže Min Norm algoritam. Mana ovog algoritma je neravnomjerna snaga zračenja u pravcima dolaznih signala, što može rezultirati greškom u procjeni. Po pitanju preciznosti, rezolucije i snage u neželjenim pravcima MUSIC algoritam postiže najbolje rezultate. Capon i Capon-like algoritmi postižu zadovoljavajuće rezultate sa veoma malom razlikom u performansama. Klasični algoritam je po svim parametrima pokazao loše rezultate.

lako postižu najbolje rezultate procjene po pitanju rezolucije i snage zračenje u neželjenim pravcima, MUSIC i Min Norm algoritmi ne mogu da rade u slučaju dolaznih signala koji su korelisani. Capon i Capon-like

algoritmi su razvijeni za slučajeve korelisanih signala, pa se njihove performanse moraju posmatrati sa ovoga stanovišta.

Obzirom na prethodno rečeno, DOA algoritmi od interesa su: MUSIC, Capon i Capon-like algoritmi čije performanse će biti analizirane za različite vrijednosti rastojanja antenskih elemenata, broja antenskih elemenata i broja iteracija.

Na slikama 5.3 i 5.4 prikazani su dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom MUSIC i Capon algoritma za rastojanja antenskih elemenata od  $\lambda/8$  do  $\lambda$ . Antenski niz korišćen u simulacijama sastoje se od 10 antenskih elemenata. Simulacije su vršene za 1000 iteracija kada upadni signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = -30^\circ$ ,  $\theta_2 = -50^\circ$  i  $\theta_3 = 40^\circ$ .



Slika 5.3 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom MUSIC algoritma za različite vrijednosti rastojanja *d* 

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.3 može se zaključiti da MUSIC algoritam postiže najbolje rezultate u slučaju  $d = \lambda/2$ . U slučajevima  $d = \lambda$  i  $d = 2/3\lambda$  MUSIC algoritam pravi greške u procijeni i procjenjuje nepostojeće signale. U ostalim slučajevima postiže dobru procjenu. U slučaju  $d = \lambda/8$  rezolucija je mala, pa se može zaključiti da u ovim slučajevima MUSIC algoritam ne postiže dobre rezultate.



Slika 5.4 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom Capon algoritma za različite vrijednosti rastojanja *d* 

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.4 može se vidjeti da Capon algoritam primijenjen na linearni niz postiže najbolje rezultate u slučaju kada je rastojanje  $d = \lambda/2$ . U slučajevima  $d = \lambda$ ,  $d = \lambda/8$  i  $d = 2/3\lambda$  Capon algoritam pravi greške u procijeni i procjenjuje nepostojeće signale.

Uticaj različitog broja iteracija na rad MUSIC i Capon algoritma (broj iteracija se mijenja od 10 do 1000) analiziran je za antenski niz koji se sastoji od 10 elemenata. Simulacije su vršene kada signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = -30^\circ$ ,  $\theta_2 = -50^\circ$  i  $\theta_3 = 40^\circ$ .

Na slici 5.5 su prikazani rezultati simulacija MUSIC algoritma za različit broj iteracija.



Slika 5.5 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom MUSIC algoritma za različit broj iteracija

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.5 može se zaključiti da MUSIC algoritam postiže veliku preciznost u svim slučajevima, dok se rezolucija povećava sa povećanjem broja iteracija.

Na slici 5.6 su prikazani rezultati primjene Capon algoritma za različit broj iteracija.



Slika 5.6 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom Capon algoritma za različit broj iteracija

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.6 može se zaključiti da u slučaju 10 iteracija Capon algoritam ne vrši dobru procjenu (pravi grešku u procjeni), dok se sa povećanjem broja iteracija povećava rezolucija i preciznost procjene.

Na slikama 5.7 i 5.8 prikazani su dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom MUSIC i Capon algoritma za različit broj antenskih elemenata (od 4 do 16). Rastojanje antenskih elemenata je  $d = \lambda/2$ . Simulacije su vršene kada upadni signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = -30^\circ$ ,  $\theta_2 = -50^\circ$  i  $\theta_3 = 40^\circ$  za 1000 iteracija.



Slika 5.7 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom MUSIC algoritma za različit broj antenskih elemenata

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.7 može se zaključiti da MUSIC algoritam za sve slučajeve postiže tačnu procjenu.

Na slici 5.8 su prikazani rezultati primjene Capon algoritma za različit broj elemenata.



Slika 5.8 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom Capon algoritma za različit broj antenskih elemenata

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.8 može se zaključiti da u slučaju antenskog niza sa 4 elementa Capon algoritam (za razliku od MUSIC algoritma) ne vrši tačnu procjenu dolaznih signala. U ostalim slučajevima, povećanje broja elemenata antenskog niza dovodi do povećanja rezolucije i smanjenja snage zračenja u neželjenim pravcima.

Na osnovu prethodnih rezultata može se zaključiti da MUSIC algoritam postiže bolje rezultate za mali broj elemenata i za mali broj iteracija od Capon algoritma i samim tim je optimalniji od njega. Međutim, kada se uzme u obzir ograničenost MUSIC algoritma su slučaju korelisanih signala, pojavila se potreba optimizacije

Capon algoritma. U tom cilju izvršena je analiza performansi Capon-like algoritma koji bi, na osnovu teorijskih razmatranja, trebao da otkloni ove mane Capon algoritma.

Na slici 5.9 je prikazan uporedni dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom Capon-like algoritma i klasičnog DOA algoritma za upadne uglove  $\theta_1 = -30^\circ$ ,  $\theta_2 = 5^\circ$ ,  $\theta_3 = 20^\circ$  i  $\theta_4 = 70^\circ$ . Simulacije su izvršene na linearnom antenskom nizu sa 10 elemenata, na međusobnom rastojanju  $d = \lambda/2$  i za 700 iteracija.



Slika 5.9 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom Capon-like algoritma i klasičnog DOA algoritma

Tabela 3 Rezultati procjene upadnih uglova dobijeni primjenom klasičnog, Capon i Capon-like algoritma na
linearni niz

Algoritam	$\theta_1 = -30^\circ$	$\theta_2 = 5^{\circ}$	$\theta_3 = 20^\circ$	$\theta_4 = 70^\circ$
Klasični	-30.1°	4.7°	20.5°	70.4°
Capon	-29.9°	5.1°	20.2°	70.2°
Capon like	-29.9°	5.1°	20.1°	70.2°

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.9 i u tabeli 3 može se zaključiti da Capon-like postiže mnogo bolje rezultate u odnosu na klasični algoritam po pitanju rezolucije i snage zračenja u neželjenim pravcima.

Na slici 5.10 prikazan je dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom Capon-like algoritma na linearnom nizu za upadne uglove  $\theta_1 = -24^\circ$ ,  $\theta_2 = 13^\circ$ ,  $\theta_3 = 21^\circ$  i  $\theta_4 = 70^\circ$ , za različit broj iteracija algoritma. Predložena kombinacija uglova je veoma zahtijevna za DOA procjenu zbog bliskih upadnih uglova.



Slika 5.10 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom Capon-like algoritma za različit broj iteracija algoritma.

Algoritam		Klasični			Capon		Ca	apon-lik	e
Broj iteracija	10	50	100	10	50	100	10	50	100
$\theta_1 = -24^\circ$	-24.1°	-23.8°	-23.7°	-24.4°	-24.1°	-23.8°	-24.1°	-24°	-24°
$\theta_2 = 13^\circ$	14.7°	16.2°	16.9°	10.8°	13.5°	13.3°	14.3°	13.5°	13.3°
$\theta_3 = 21^\circ$	-	-	-	22.4°	20.7°	21.2°	18.8°	21°	21.1°
$\theta_4 = 70^{\circ}$	70.7°	69.1°	70.1°	-	70°	70.2°	68.2°	70°	70.3°

Tabela 4 Rezultati procjene DOA algoritama za različit broj iteracija

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.10 i u tabeli 4 može se vidjeti da najbolje rezultate za mali broj iteracija, svega 10, postiže Capon-like algoritam. Klasični i Capon algoritam nijesu uspjeli da procjene sve upadne uglove u slučaju 10 iteracija. Procjena dolaznih uglova za mali broj iteracija je ključna prednost Caponlike algoritma, što ga čini najboljim DOA algoritmom u slučajevima korelisanih signala.

Na slici 5.11 je prikazan dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom Capon-like algoritma na linearni niz za upadne uglove  $\theta_1 = -24^\circ$ ,  $\theta_2 = 13^\circ$ ,  $\theta_3 = 21^\circ$  i  $\theta_4 = 70^\circ$  za različit broj elemenata antenskog niza. Rastojanje elemenata je  $d = \lambda/2$ .



Slika 5.11 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom Capon-like algoritma za različite brojeve elemenata antenskog niza.

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.11, zaključuje se da sa povećanjem broja elemenata niza dolazi do povećanja rezolucije procjene ugla, kao i do smanjenja snage zračenja u neželjenim pravcima. U slučaju malog broja elemenata, svega 6, Capon-like algoritam ne može da izvrši procjenu bliskih uglova.

Na slici 5.12 prikazan je dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom Capon-like algoritma na linearni antenski niz za upadne uglove  $\theta_1 = -24^\circ$ ,  $\theta_2 = 13^\circ$ ,  $\theta_3 = 21^\circ$  i  $\theta_4 = 70^\circ$  u slučaju različitih rastojanja antenskih elemenata u opsegu od  $d = \lambda / 8$  do  $d = \lambda$ . Broj antenskih elemenata je 10, dok je broj iteracija 100.



Slika 5.12 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom Capon-like algoritma za različita rastojanja elemenata antenskog niza.

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.12 može se zaključiti da samo u slučaju  $d = \lambda/2$  algoritam uspješno vrši procjenu. U slučajevima  $d = \lambda$ ,  $d = \lambda/8$  i  $d = 2/3\lambda$  algoritam procjenjuje nepostojeće signale. Treba naglasiti da je kombinacija uglova korišćenih u simulacijama veoma zahtijevna.

Na slici 5.13 je prikazan uporedni dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom Capon i Capon-like algoritama na linearni niz za upadne uglove  $\theta_1 = -30^\circ$ ,  $\theta_2 = -40^\circ$  i  $\theta_3 = 50^\circ$ . Rastojanje antenskih elemenata je  $d = \lambda/2$ . Broj antenskih elemenata je 10, dok je broj iteracija 100.



Slika 5.13 Uporedni dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom Capon i Capon-like algoritma za upadne uglove  $\theta_1 = -30^\circ$ ,  $\theta_2 = -40^\circ$  i  $\theta_3 = 50$ .

Algoritam	$\theta_1 = -40^\circ$	$\theta_2 = -30^\circ$	$\theta_3 = 50^\circ$
Capon	-35.9°	-	50.2°
Capon like	-38.8°	-30.6°	50.2°

Tabela 5 Rezultati procjene upadnih uglova Capon i Capon-like algoritma

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.13 i u tabeli 5 može se zaključiti da za datu kombinaciju uglova Capon algoritam nije uspio da procijeni sve upadne uglove, za razliku od Capon-like algoritma koji je uspješno izvršio procjenu.

Na slici 5.14 je prikazan uporedni dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom Capon i Capon-like algoritama na linearni niz za upadne uglove  $\theta_1 = -50^\circ$ ,  $\theta_2 = 20^\circ$  i  $\theta_3 = 50^\circ$  za svega 10 iteracija. Rastojanje antenskih elemenata je  $d = \lambda/2$  dok je broj antenskih elemenata je 10.



Slika 5.14 Uporedni dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom Capon i Capon-like algoritma za 10 iteracija kada su upadni uglovi  $\theta_1 = -50^\circ$ ,  $\theta_2 = 20^\circ$  i  $\theta_3 = 50^\circ$ .

Algoritam	$\theta_1 = -50^\circ$	$\theta_2 = 20^\circ$	$\theta_4 = 50^{\circ}$
Capon	-47.3°	24.1°	46.4°
Capon like	-50.05°	20.1°	50°

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.14 i u tabeli 6 za 10 iteracija algoritma, može se zaključiti da Capon-like algoritam vrši tačnu procjenu dolaznih signala za mali broj iteracija, dok Capon pravi grešku u procjeni.

U prethodnim simulacijama je pokazano da Capon-like algoritam postiže dobre rezultate za mali broj iteracija, mali broj elemenata i za zahtijevne kombinacije upadnih uglova kada su u pitanju korelisani signali, što ga dovodi u ravan sa MUSIC algoritmom koji postiže najbolje rezultate, ali je zavistan od korelacije signala.

### 5.2 DOA algoritmi primijenjeni na planarnim antenskim nizovima

U svim simulacijama, kao ulazni signal, korišćen je signal opisan jednačinom (2.51). Broj elemenata antenskog niza, rastojanje između elemenata, kombinacija upadnih uglova i broj iteracija su parametri čiji je uticaj na performanse DOA algoritama analiziran.

Na slici 5.15 prikazani su rezultati klasičnog, MUSIC, Capon, Min Norm i Capon-like algoritma primijenjenih na planarnom antenskom nizu koji se sastoji od 10x10 elemenata na međusobnom rastojanju  $d_x = d_y = \lambda/2$ 

. Simulacije su vršene za 100 iteracija, kada signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = 10^\circ$ ,  $\phi_1 = 30^\circ$ ,  $\theta_2 = 20^\circ$ ,  $\phi_2 = 20^\circ$ ,  $\theta_3 = 40^\circ$ ,  $\phi_3 = 120^\circ$  i  $\theta_4 = 60^\circ$ ,  $\phi_4 = 80^\circ$ . Snage svakog od signala imaju jediničnu vrijednost. Rezultati simulacija su prikazani u normalizovanim vrijednostima snage.









Dijagram zracenja MUSIC algoritma u dB

Dijagram zracenja Classical algoritma u dB









Slika 5.15 Dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom DOA algoritama na planarni antenski niz

Uglovi	DOA algoritmi					
$(\theta, \phi)$	Klasični	MUSIC	Capon	Min-Norm	Capon-like	
(10°,30°)	(15°,25°)	(10°,30°)	(10°,30°)	(10°,30°)	(10°,30°)	
(20°,20°)	(32°,125°)	(20°,20°)	(20°,20°)	(20°,20°)	(20°,20°)	
(40°,120°)	(44°,176°)	(40°,120°)	(40°,120°)	(40°,120°)	(40°,120°)	
(60°,80°)	(59°,88°)	(60°,80°)	(60°,80°)	(60°,80°)	(60°,80°)	

Tabela 7 Rezultati procjene DOA algoritama primijenjenih na planarni antenski niz

Tabela 8 Normalizovana snaga zračenja u pravcima dolaznih signala

Uglovi	DOA algoritam					
$( heta, \phi)$	Klasični	MUSIC	Capon	Min-Norm	Capon-like	
(10°,30°)	1	0.0807	0.0817	0.0079	0.0827	
(20°,20°)	0,2759	0.0831	0.0827	0.0073	0.0840	
(40°,120°)	0,1791	1	1	0.8810	0.9760	
(60°,80°)	0,4379	0.9499	0.9659	1	1	

Na osnovu dobijenih rezultata DOA algoritama prikazanih na slici 5.15 i u tabelama 7 i 8 može se vidjeti da svi DOA algoritmi, osim klasičnog, primijenjeni na planarni antenski niz vrše uspješnu procjenu dolaznih signala. Kako se radi o velikom broju elemenata antenskog niza i velikom broju iteracija, razlika u performansama algoritama je teško uočljiva.

Na slici 5.16 su prikazani rezultati primjene DOA algoritama na planarni antenski niz sa različitim brojem elemenata, koji se nalaze na međusobnom rastojanju  $d_x = d_y = \lambda/2$  za 1000 iteracija, kada signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = 10^\circ$ ,  $\phi_1 = 30^\circ$ ,  $\theta_2 = 20^\circ$ ,  $\phi_2 = 20^\circ$ ,  $\theta_3 = 40^\circ$ ,  $\phi_3 = 120^\circ$  i  $\theta_4 = 60^\circ$ ,  $\phi_4 = 80^\circ$ .


Slika 5.16 Dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom DOA algoritama za različit broj elemenata antenskog niza

Uglovi $ig(  heta, \phi ig)$		(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)	
		6x6	(11°,24°)	(20°,180°)	(-,-)	(63°,86°)
	Klasični	8x8	(15°,25°)	(21°,154°)	(-,-)	(59° <i>,</i> 88°)
		12x12	(15°,25°)	(-,-)	(31°,126°)	(59°,88°)
		6x6	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
	MUSIC	8x8	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
E		12x12	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
rita		6x6	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
ogle	Capon	8x8	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
e VC		12x12	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
ă		6x6	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
	Min Norm	8x8	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
		12x12	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
		6x6	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
	Capon-like	8x8	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
		12x12	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)

Tabela 9 Rezultati procjene DOA algoritama za različit broj elemenata niza

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.16 i u tabeli 9 može se zaključiti da da svi DOA algoritmi, izuzev klasičnog, postižu veliku preciznost za različit broj elemenata. Sa povećanjem broja elemenata povećava se rezolucija i smanjuje snaga zračenje u neželjenim pravcima. Capon i Capon-like algoritmi postižu lošije rezultate.

Na slici 5.17 prikazani su dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom DOA algoritma za različita rastojanja elemenata niza kada signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = 10^\circ$ ,  $\phi_1 = 30^\circ$ ,  $\theta_2 = 20^\circ$ ,  $\phi_2 = 20^\circ$ ,  $\theta_3 = 40^\circ$ ,  $\phi_3 = 120^\circ$  i  $\theta_4 = 60^\circ$ ,  $\phi_4 = 80^\circ$ . Broj iteracija je 1000. rastojanja elemenata su ista po x i po y osi  $d_x = d_y = d$ 



Slika 5.17 Rezultati uporednih simulacija DOA algoritama primijenjenih na planarni niz za različita rastojanja elemenata

Uglovi $( heta, \phi)$		(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)	
		$d=0,2\lambda$	(-,-)	(32°,30°)	(-,-)	(-,-)
	Klasični	$d=0,5\lambda$	(15°,25°)	(-,-)	(44°,176°)	(59°,88°)
		$d=0,7\lambda$	(-,-)	(18°,25°)	(-,-)	(59°,59°)
		$d=0,2\lambda$	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
	MUSIC	$d=0,5\lambda$	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
Е		$d=0,7\lambda$	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
rita		$d=0,2\lambda$	(13°,29°)	(16°,28°)	(40°,120°)	(60°,80°)
ogle	Capon	$d=0,5\lambda$	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
2A 8		$d=0,7\lambda$	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
Ď		$d=0,2\lambda$	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
	Min Norm	$d=0,5\lambda$	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
		$d=0,7\lambda$	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
		$d=0,2\lambda$	(13°,29°)	(16°,28°)	(40°,120°)	(60°,80°)
	Capon-like	$d=0,5\lambda$	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)
		$d=0,7\lambda$	(10°,30°)	(20°,20°)	(40°,120°)	(60°,80°)

Tabela 10 Rezultati procjene DOA algoritama za različita rastojanja antenskih elemenata

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.17 i u tabeli 10 može se zaključiti da MUSIC i Min Norm algoritmi ispravno procjenjuju dolazne signale u svim slučajevima, dok je u slučaju  $d=0,5\lambda$  rezolucija najveća i snaga zračenja u neželjenim pravcima najmanja. Capon i Capon-like algoritmi u slučaju  $d=0,2\lambda$  griješe u procjeni, dok za ostala rastojanja postižu dobru procjenu. Rezolucija je najveća u slučaju kada je  $d=0,5\lambda$ .

Na slici 5.18 su prikazani uporedni rezultati DOA algoritama primijenjenih na planarni antenski niz sa 10x10 elemenata koji se nalaze na međusobnom rastojanju  $d_x = d_y = \lambda/2$  za 50 iteracija kada signali dolaze pod različitim uglovima:

- 1. Slučaj:  $(\theta, \phi)$ : (20°,80°), (30°,40°) i (60°,60°)
- 2. Slučaj:  $(\theta, \phi)$ : (30°,60°), (40°,60°) i (50°,50°)
- 3. Slučaj:  $(\theta, \phi)$ : (60°,60°), (70°,70°) i (80°,80°)



Slika 5.18 Uporedni dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom DOA algoritama za različite kombinacije upadnih uglova

	Uglovi		DOA algoritam					
	$(\theta, \phi)$	Klasični	MUSIC	Capon	Min-Norm	Capon-like		
	(20°,80°)	(42°,55°)	(20°,80°)	(20°,80°)	(20°,80°)	(20°,80°)		
1. Slučaj	(30°,40°)	(179°,90°)	(30°,40°)	(30°,40°)	(30°,40°)	(30°,40°)		
	(60°,60°)	(180°,90°)	(60°,60°)	(60°,60°)	(60°,60°)	(60°,60°)		
	(30°,60°)	(42°,57°)	(30°,60°)	(30°,60°)	(30°,60°)	(30°,60°)		
2. Slučaj	(40°,60°)	(137°,52°)	(40°,60°)	(40°,60°)	(40°,60°)	(40°,60°)		
	(50°,50°)	(140°,54°)	(50°,50°)	(50°,50°)	(50°,50°)	(50°,50°)		
3. Slučaj	(60°,60°)	(69°,72°)	(60°,60°)	(60°,60°)	(60°,60°)	(60°,60°)		
	(70°,70°)	(123°,6°)	(70°,70°)	(70°,70°)	(70°,70°)	(70°,70°)		
	(80°,80°)	(122°,1°)	(80°,80°)	(80°,80°)	(80°,80°)	(80°,80°)		

Tabela 11 Rezultati procjene DOA algoritama za različite kombinacije upadnih uglova

Tabela 12 Normalizovane vrijednosti snage zračenja

	Uglovi	DOA algoritam				
	$(\theta, \phi)$	Klasični	MUSIC	Capon	Min-Norm	Capon-like
	(20°,80°)	1	1	1	1	1
1. Slučaj	(30°,40°)	0.3639	0.0797	0.0002	0.0054	0.0002
	(60°,60°)	0.3639	0.0746	0.0002	0.0051	0.0002
	(30°,60°)	1	1	1	1	1
2. Slučaj	(40°,60°)	0.1781	0.0786	0.0002	0.0124	0.0002
	(50°,50°)	0.1781	0.0767	0.0002	0.0119	0.0002
3. Slučaj	(60°,60°)	1	1	1	1	1
	(70°,70°)	0.1903	0.0872	0.0002	0.0081	0.0002
	(80°,80°)	0.1903	0.0849	0.0002	0.0071	0.0002

Na osnovu dobijenih rezultata predstavljenih na slici 5.18 i u tabelama 11 i 12 može se zaključiti da svi algoritmi, osim klasičnog, vrše ispravnu procjenu dolaznih signala imajući u vidu zahtijevne kombinacije upadnih uglova. Capon i Capon-like algoritmi pokazuju veliku snagu zračenja u pravcima koji nijesu od interesa.

Na slici 5.19 su prikazani rezultati MUSC algoritma za različit broj elemenata planarnog antenskog niza u ravni elevacionih uglova kada signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = 20^\circ$ ,  $\phi_1 = 60^\circ$ ,  $\theta_2 = 45^\circ$ ,  $\phi_2 = 45^\circ$  i  $\theta_3 = 80^\circ$ ,  $\phi_3 = 90^\circ$ . Rastojanje elementa u nizu je  $d_x = d_y = 0,5\lambda$ .



Slika 5.19 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom MUSIC algoritma za različit broj elemenata planarnog niza predstavljen u ravni elevacionih uglova

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.19 može se zaključiti da se sa povećanjem broja antena povećava rezolucija algoritma. MUSIC algoritam uspješno procjenjuje sve dolazne signale. Može se uočiti znatno variranje izračene snage u sva tri pravca.

Na slici 5.20 su prikazani rezultati Capon algoritma za različit broj elemenata planarnog antenskog niza u ravni elevacionih uglova kada signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = 10^\circ$ ,  $\phi_1 = 60^\circ$ ,  $\theta_2 = 35^\circ$ ,  $\phi_2 = 60^\circ$  i  $\theta_3 = 60^\circ$ ,  $\phi_3 = 60^\circ$ . Rastojanje elementa u nizu je  $d_x = d_y = 0,5\lambda$ .



Slika 5.20 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom Capon algoritma za različit broj elemenata niza predstavljen u ravni elevacionih uglova

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.20 može se zaključiti da se promjenom broja elemenata poboljšavaju performanse Capon algoritma. Za nizove manje od 8x8 elemenata imamo loše formiranje glavnih latica dijagrama zračenja, dok se sa povećanjem broja elemenata postiže znatno veća direktivnost. Jedna od prednosti Capon algoritma je isti intenzitet zračenja u pravcu sva tri signala.

Na slici 5.21 su prikazani dijagram zračenja faktora niza dobijeni primjenom Capon-like algoritma za različit broj iteracija kada signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = 20^\circ$ ,  $\phi_1 = 80^\circ$ ,  $\theta_2 = 3^\circ$ ,  $\phi_2 = 40^\circ$  i  $\theta_3 = 60^\circ$ ,  $\phi_3 = 60^\circ$ . Rastojanje elementa u nizu je  $d_x = d_y = 0.5\lambda$  dok je broj elemenata 100.



Slika 5.21 Dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom Capon-like algoritma za različit broj iteracija (10, 20, 30, 40 i 4000)

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.21 može se zaključiti da Capon-like algoritam precizno procjenjuje signale tek posle 40 iteracija zadržavajući istu preciznost i rezoluciju sa 40 i sa 4000 iteracija. Na slici 5.22 prikazani su dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom Capon-like algoritma za različit broj iteracija elemenata kada signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = 30^\circ$ ,  $\phi_1 = 60^\circ$ ,  $\theta_2 = 40^\circ$ ,  $\phi_2 = 60^\circ$  i  $\theta_3 = 50^\circ$ ,  $\phi_3 = 50^\circ$ . Rastojanje elementa u nizu je  $d_x = d_y = 0,5\lambda$  dok je broj elemenata 100.



Slika 5.22 Dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom Capon-like algoritma na planarni niz (40, 100 i 4000)

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.22, može se vidjeti da za ovu kombinaciju uglova Caponlike algoritmu treba minimum 40 iteracija za procjenu, dok mu je neophodno minimum 100 da bi postigao veliku rezoluciju koju ima i sa 4000 iteracija.

Vrijeme potrebno za računanje klasičnog DOA algoritma je 0,645 *s*, vrijeme potrebno za računanje Capon algoritma je 0,174 *s*, dok je vrijeme potrebno za računanje Capon-like algoritma 0,110 *s* na osnovu čega se može zaključiti da je za računanje Capon-like algoritma potrebno šest puta manje vremena od klasičnog DOA algoritma i 37 % manje vremena od Capon algoritma. Malo vrijeme računanja je glavna prednost ovog algoritma.

## 5.3 Beamforming algoritmi primijenjeni na linearnim antenskim nizovima

Broj elemenata antenskog niza, rastojanje između elemenata, kombinacija upadnih uglova i broj iteracija su parametri čiji je uticaj na performanse beamforming algoritama analiziran.

Antenski nizovi korišćeni u ovi simulacijama primaju signale željenog izvora, signale neželjenog izvora i bijeli Gausov šum. Adaptivni beamforming algoritmi imaju za cilj usmjeravanje glavne latice dijagrama zračenja u pravcu željenog signala i postavljanje nula u dijagramu zračenja u pravcima neželjenih signala.

Najčešće korišćeni beamforming algoritam je LMS čiji rad će biti analiziran na sledećem primjeru. Neka je oblik signala željenog izvora sinusoida predstavljena na slici 5.23



Slika 5.23 Vremenski oblik željenog signala

Svaki antenski element prima signale željenog izvora, neželjenog izvora i bijeli Gausov šum. Na slici 5.24 je predstavljen vremenski oblik signala koji primi jedan antenski element.



Slika 5.24 Ulazni signal na jednom antenskom elementu

Neka se antenski niz sastoji od 5 antenskih elemenata i neka željeni signal dolazi pod uglom  $\theta = 0^{\circ}$ , a neželjeni signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = -20^{\circ} \theta_2 = -60^{\circ} \theta_3 = 30^{\circ}$ i  $\theta_4 = 60^{\circ}$ . Rastojanje između antenskih elemenata je  $d = \lambda/2$ , broj iteracija je 1500, koeficijent  $\mu = 0,04$ . Signal na izlazu adaptivnog sistema je prikazan na slici 5.25.



Slika 5.25 Signal na izlazu adaptivnog sistema

Težinski koeficijenti koje je adaptivni LMS algoritam podesio kako bi izvršio adaptaciju su predstavljeni na slici 5.26.



Slika 5.26 Težinski koeficijenti LMS algoritma

Na osnovu slike 5.26 može se vidjeti da algoritam podešava težinske koeficijente već poslije 100 iteracija. MSE (srednja kvadratna greška) je prikazana na Slika 5.27.



Slika 5.27 Srednja kvadratna greška

Na osnovu slike 5.27 može se zaključiti da na početku procesa adaptacije greška ima veliku vrijednost, dok je nakon 100 iteracija ta greška dobila svoju konstantnu i minimalnu vrijednost.

Dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom LMS algoritma su predstavljeni na slici 5.28.



Slika 5.28 Dijagram zračenja faktora niza predstavljen u normalizovanim vrijednostima i u dB

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.28 može se zaključiti da je LMS algoritam usmjerio glavnu laticu u pravcu dolaznog signala i postavio nule u pravcu neželjenih signala. Preciznost adaptacije je data u tabeliTabela 13.

	Željeni signal	Neželjeni signali			
	$\theta = 0^{\circ}$	$\theta_1 = 30^{\circ}$	$\theta_2 = 60^\circ$	$\theta_3 = 300^\circ$	$\theta_4 = 340^\circ$
Ugao[°]	1.8°	28.8°	57.6°	298.8°	338.4°
Vrijednost [dB]	0 <i>dB</i>	-17.81 dB	-22.28 dB	-21.52 dB	-19.11 dB

Tabela 13. Uglovi i vrijednost faktora niza dobijeni pomoću LMS algoritma

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih u tabeli 13 može se vidjeti da je u pravcu željenog signala ovaj adaptivni algoritam je napravio grešku od 1.8°.

Zavisnost LMS-a od izabranog koraka  $\mu$  je prikazana na slici 5.29. Simulacije su vršene za antenski niz sa 5 antena, rastojanjem  $d = \lambda/2$  i brojem iteracija 1000. Željeni signal dolazi pod uglom  $\theta = 0^{\circ}$  dok neželjeni signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = -20^{\circ} \theta_2 = -60^{\circ} \theta_3 = 30^{\circ}$  i  $\theta_4 = 60^{\circ}$ .



Slika 5.29 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom LMS algoritma za različite korake  $\mu$ 



Slika 5.30 Težinski koeficijenti LMS algoritma za različite korake  $\mu$ 



Slika 5.31 MSE LMS algoritma za različite korake  $\mu$ 

Koraku	Željeni signal	Neželjeni signali				
κοτάκ μ	$\theta = 0^{\circ}$	$\theta_1 = 30^\circ$	$\theta_2 = 60^\circ$	$\theta_3 = 300^\circ$	$\theta_4 = 340^\circ$	
$\mu = 0,0001$	178.2°	21.6°	52.2°	304.2°	334.8°	
$\mu = 0,001$	1.8°	27°	57.6°	297°	338.4°	
$\mu = 0,01$	1.8°	28.8°	59.4°	297°	338.4°	
$\mu = 0,04$	1.8°	28.8°	57.6°	297°	338.4°	

Tabela 14 Uglovi dobijeni primjenom LMS algoritma za različite korake  $\mu$ 

Tabela 15 Vrijednosti faktora niza LMS algoritma za različite korake  $\mu$ 

Koraku	Željeni signal	Neželjeni signali				
κυτακ μ	$\theta = 0^{\circ}$	$\theta_1 = 30^\circ$	$\theta_2 = 60^\circ$	$\theta_3 = 300^\circ$	$\theta_4 = 340^\circ$	
$\mu = 0,0001$	0 <i>dB</i>	-15.823 dB	-21.374 dB	-22.104 dB	-21.314 dB	
$\mu = 0,001$	0 <i>dB</i>	-16.376 dB	-17.7 dB	-13.71 dB	-17.392 dB	
$\mu = 0,01$	0 <i>dB</i>	-17.614 dB	-22.502 dB	-21.233 dB	-17.323 dB	
$\mu = 0,04$	0 <i>dB</i>	-15.6 dB	-16.24 dB	-13.18 dB	-17.31 dB	

Na osnovu prikazanih na slikama 5.29, 30,31 i tabelama 14 i 15 može se uočiti velika zavisnost LMS algoritma od izbora koraka  $\mu$ . Pogrešnim izborom koraka  $\mu$  može doći do greške u podešavanju ugla i do povećane snage zračenja u neželjenim pravcima. Nepovoljan izbor koraka  $\mu$  može dovesti do usporavanja procesa adaptacije (Slika 5.30 i Slika 5.31) što zahtijeva veliki broj iteracija za postizanje željene preciznosti.

Na slici 5.32 i 5.33 su prikazani rezultati LMS algoritma za različita rastojanja antenskih elemenata. Promjena rastojanja antena u antenskom nizu ima veliki uticaj na sami dijagram zračenja i grešku. Željeni signal dolazi pod uglom  $\theta = 0^{\circ}$  dok neželjeni signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = -20^{\circ} \theta_2 = -60^{\circ} \theta_3 = 30^{\circ} i \theta_4 = 60^{\circ}$ . Korak  $\mu = 0,04$ , a broj iteracija je 1000.



Slika 5.32 Dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom LMS algoritma za različita rastojanja antena predstavljeni u polarnom koordinatnom sistemu



Slika 5.33 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom LMS algoritma za različita rastojanja antena predstavljen u pravougaonom koordinatnom sistemu

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.33 može se zaključiti da je optimalno rastojanje  $d = \lambda/2$  i da LMS za ovu vrijednost rastojanja postiže najbolju preciznost. U slučaju drugih rastojanja imamo grešku u usmjeravanju glavne latice i loše podešavanje nule.



Slika 5.34 MSE i težinski koeficijenti LMS algoritma za različita rastojanja antena

Tabela 16 Uglovi dobijeni primjenom LMS	algoritma za različita	i rastojanja antenskih elemenata
---	------------------------	----------------------------------

Destate the destate to	Željeni signal	Neželjeni signali				
Rastojanje elemenata	$\theta = 0^{\circ}$	$\theta_1 = 30^\circ$	$\theta_2 = 60^\circ$	$\theta_3 = 300^\circ$	$\theta_4 = 340^\circ$	
$d = \lambda$	16.2°	28.8°	57.6°	298.8°	338.4°	
$d = \lambda / 2$	1.8°	28.8°	61.2°	297°	336.6°	
$d = \lambda / 4$	1.8°	36°	-	279°	315°	
$d=2\lambda/3$	1.8°	30. 6°	57.6°	318.6°	338.4°	
$d=3\lambda/4$	1.8°	25.2°	57.6°	298.8°	336.6°	

Destainais alamanata	Željeni signal	Neželjeni signali				
Rastojanje elemenata	$\theta = 0^{\circ}$	$\theta_1 = 30^\circ$	$\theta_2 = 60^\circ$	$\theta_3 = 300^\circ$	$\theta_4 = 340^\circ$	
$d = \lambda$	0 <i>dB</i>	-13.763 dB	-14.102 <i>dB</i>	-13.409 <i>dB</i>	-15.073 dB	
$d = \lambda / 2$	0 <i>dB</i>	-14.024 dB	-13.988 dB	-17.939 dB	-19.08 dB	
$d = \lambda / 4$	0 <i>dB</i>	-10.468 dB	-	-13.981 dB	-15.862 dB	
$d=2\lambda/3$	0 <i>dB</i>	-14.263 dB	-21.095 dB	-21.073 dB	-13.932 dB	
$d=3\lambda/4$	0 <i>dB</i>	-16.684 dB	-19.536 dB	-17.163 dB	-17.207 dB	

Tabela 17 Vrijednosti faktora niza LMS algoritma za različita rastojanja antenskih elemenata

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.34 i u tabelama 16 i 17 može se zaključiti da primjenom algoritama na antenske nizove sa rastojanjima reda  $d = \lambda/2$  dobijamo optimalne rezultate, dok za rastojanja reda  $d = \lambda/4$  dobijamo veliku srednju kvadratnu grešku i nestabilnost težinskih koeficijenata koji divergiraju.

Adaptivni algoritmi su zavisni i od kombinacije upadnih uglova. Veoma mali ili uglovi neželjenih signala koji bliski željenom signalu su zahtijevni za adaptaciju. Sledeće simulacije su vršene za antenski niz sa 8 elemenata na međusobnom rastojanju  $d = \lambda/2$  za 500 iteracija i tri neželjena signala. (Dijagrami zračenja su predstavljani za opsege od -90° do 90°)

Prvi slučaj:

Željeni signal  $\theta = 20^{\circ}$ , neželjeni signali  $\theta_1 = 30^{\circ}$ ,  $\theta_2 = 40^{\circ}$  i  $\theta_3 = 60^{\circ}$ .



Slika 5.35 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom LMS algoritma za slučaj 1

Tabela 18 Uglovi i vrijednost faktora n	za dobijeni pomoću	LMS algoritma za	a slučaj 1
---	--------------------	------------------	------------

	Željeni signal	Neželjeni signali			
	$\theta = 20^{\circ}$	$= 20^{\circ} \qquad \theta_1 = 30^{\circ} \qquad \theta_2 = 40^{\circ} \qquad \theta_3 = 60^{\circ}$			
Ugao[°]	16°	32°	46°	63°	
Vrijednost [dB]	0 <i>dB</i>	-32,16 dB	-32,39 dB	-40,60 dB	

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.35 i u tabeli 18 može se zaključiti da za datu kombinaciju uglova LMS algoritam pravi grešku koja ide čak do 6°.

Drugi slučaj:

Željeni signal  $\theta = 40^{\circ}$ , neželjeni signali  $\theta_1 = 30^{\circ}$ ,  $\theta_2 = 20^{\circ}$  i  $\theta_3 = 60^{\circ}$ .



Slika 5.36 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom LMS algoritma za slučaj 2

Tabela 19 Uglovi i vrijednost faktora niza dobijeni pomoću LMS algoritma za slučaj 2

	Željeni signal	Neželjeni signali		
$\theta = 40^{\circ}$		$\theta_1 = 30^\circ$	$\theta_2 = 20^\circ$	$\theta_3 = 60^\circ$
Ugao[°] 44°		28°	18°	61°
Vrijednost [dB]	0 <i>dB</i>	-28,06 dB	-32,70 dB	-35,19 dB

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.36 i u tabeli 19 može se zaključiti da za datu kombinaciju uglova LMS algoritam pravi grešku koja ima vrijednost do 4°.

Treći slučaj:

Željeni signal  $\theta = 90^{\circ}$ , neželjeni signali  $\theta_1 = 80^{\circ}$ ,  $\theta_2 = 20^{\circ}$  i  $\theta_3 = 60^{\circ}$ .



Slika 5.37 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom LMS algoritma za slučaj 3

	Željeni signal	Neželjeni signali		
$\theta = 90^{\circ}$		$\theta_1 = 20^\circ$	$\theta_2 = 60^\circ$	$\theta_3 = 80^\circ$
Ugao[°]	-65°	20°	62°	-
Vrijednost [dB]	0 <i>dB</i>	-29,04 dB	-23,26 dB	-

Tabela 20 Uglovi i vrijednost faktora niza dobijeni pomoću LMS algoritma za slučaj 3

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.37 i u tabeli 20 može se zaključiti da za datu kombinaciju uglova LMS algoritam nije usmjerio glavnu laticu u željenom pravcu iako je algoritam odradio 500 iteracija. Nule na dijagramu zračenja takođe nijesu podešene.

Četvrti slučaj:

Željeni signal  $\theta = 80^{\circ}$ , neželjeni signali  $\theta_1 = 60^{\circ}$ ,  $\theta_2 = 20^{\circ}$  i  $\theta_3 = 40^{\circ}$ .



Slika 5.38 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom LMS algoritma za slučaj 4

	Željeni signal	Željeni signal Neželjeni signali		
	$\theta = 80^{\circ}$	$\theta_1 = 20^\circ$	$\theta_2 = 40^\circ$	$\theta_3 = 60^\circ$
Ugao[°]	-68°	20°	40°	59°

-39,52 dB

-34,04 dB

-31,37 dB

0 *dB* 

Vrijednost [dB]

Tabela 21 Uglovi i vrijednost faktora niza dobijeni pomoću LMS algoritma za slučaj 4

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.38 i u tabeli 21 možemo zaključiti da za datu kombinaciju uglova LMS algoritam nije usmjerio glavnu laticu u željenom pravcu. U ovom slučaju, nule na dijagramu zračenja su podešene sa greškom od 1°.

Na osnovu dobijenih rezultata svih simulacija za osnovni LMS algoritam može se zaključiti da je dati algoritam zavistan od koraka  $\mu$  i od kombinacije upadnih uglova, pa je neophodno pronaći efikasnije algoritme koji će pokazivati veću preciznost po pitanju usmjeravanja glavne latice u pravcu željenih signala i veću preciznost pri podešavanju nula.

U cilju uporedne analize izvršena je simulacija Leaky LMS algoritma za niz od 8 antena na međusobnom rastojanju  $d = \lambda/2$  za 500 iteracija. Korak  $\mu = 0.01$ . Željeni signal dolazi pod uglom  $\theta = 20^{\circ}$ , dok neželjeni signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = 30^{\circ}$ ,  $\theta_2 = 40^{\circ}$  i  $\theta_3 = 60^{\circ}$ . Na slici 5.39 su prikazani rezultati primjene Leaky LMS algoritma na dati niz.



Slika 5.39 Uporedni dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom LMS i Leaky LMS algoritma



Slika 5.40 Uporedni pregled MSE za LMS i Leaky LMS algoritam

<b>A</b>	Željeni signal	Neželjeni signali			
Algoritam	$\theta = 20^{\circ}$	$\theta_1 = 30^\circ$	$\theta_2 = 40^\circ$	$\theta_3 = 60^\circ$	
LMS	15°	32°	46°	63°	
Leaky LMS	17°	33°	51°	70°	

Tabela 23 Vrijednosti faktora niza dobijeni pomoću LMS i Leaky LMS algoritma

A	Neželjeni signali			
Algoritam	$\theta_1 = 30^\circ$	$\theta_2 = 40^\circ$	$\theta_3 = 60^{\circ}$	
LMS	-33,94 dB	-43,82 dB	-38,94 dB	
Leaky LMS	-32,56 dB	-42,56 dB	-36,05 dB	

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slikama 5.39 i 5.40 i u tabelama 22 i 23 može se zaključiti da Leaky LMS algoritam postiže preciznije usmjeravanje glavne latice u odnosu na LMS pritom praveći greške prilikom pozicioniranja nula. Po pitanju srednjih kvadratnih grešaka algoritmi se ne razlikuju.

LMS algoritam pravi velike greške u pozicioniranju glavne latice, Leaky LMS je smanjio grešku u pozicioniranju ali ne dovoljno, dok oba algoritma pokazuju veliku zavisnost od koraka  $\mu$ .

Na osnovu teorijskih razmatranja, NLMS algoritam je razvijen u cilju rješavanja ovih problema LMS-a i Leaky LMS-a. Uporedne simulacije LMS, NLMS i Leaky LMS algoritma primijenjenog na linearnom antenskom nizu prikazane su na slici 5.41. Simulacije su izvršene na uniformnom ekvidistantnom linearnom nizu sa upadnim uglom željenog signala  $\theta = 0^{\circ}$ . Neželjeni signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = -20^{\circ}$ ,  $\theta_2 = -60^{\circ}$ ,  $\theta_3 = 30^{\circ}$  i  $\theta_4 = 60^{\circ}$  sa odnosom signal-šum S/N = 10dB. Simulacije su vršene za 400 odbiraka sa korakom  $\mu = 0.04$ .



Slika 5.41. Uporedni dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom LMS, NLMS i Leaky NLMS algoritama

Na osnovu uporednih rezultata prikazanih na slici 5.41 može se zaključiti da najbolje nule na dijagramu zračenja kao i najmanju snagu u neželjenim pravcima postiže NLMS algoritam.

Na slici 5.42 je prikazan uporedni pregled grešaka (MSE) za LMS, NLMS i Leaky NLMS algoritam.



Slika 5.42. Uporedni pregled greške LMS, NLMS i Leaky NLMS algoritama

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.42 može se zaključiti da najbrže konvergira i najmanju grešku ima Leaky LMS.

Simulacije u cilju procjene MSE su izvršene za LMS i NLMS algoritme primijenjene na linearni niz kada željeni signal dolazi pod uglom  $\theta = 20^{\circ}$ , a neželjeni signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = 30^{\circ}$ ,  $\theta_2 = -40^{\circ}$  i  $\theta_3 = 60^{\circ}$ .

Na slici 5.43 su prikazani rezultati simulacije MSE. Broj antenskih elemenata je 8 dok je rastojanje  $d = \lambda/2$  za 500 iteracija. Korak  $\mu = 0.01$ .



Slika 5.43 Uporedni dijagram MSE LMS i NLMS algoritma primijenjenih na linearni antenski niz

Algoritam	Željeni signal	Neželjeni signali		
	$\theta = 20^{\circ}$	$\theta_1 = -40^\circ$	$\theta_2 = 30^\circ$	$\theta_3 = 60^\circ$
LMS	17	-39	30	59
NLMS	17	-40	31	59

Tabela 24 Uglovi dobijeni pomoću LMS i NLMS algoritma

A.L	Neželjeni signali			
Algoritam	$\theta_1 = -40^\circ$	$\theta_2 = 30^\circ$	$\theta_3 = 60^\circ$	
LMS	-32,23	-28,51	-28,37	
NLMS	-43,77	-27,22	-41,91	

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.43 i u tabelama 24 i 25 može se zaključiti da LMS algoritam postiže bolju konvergenciju od NLMS algoritma. Preciznost algoritama je velika.

Na slici 5.44 su prikazani rezultati primjene NLMS algoritma za različit broj elemenata antenskog niza. Željeni signal dolazi pod uglom  $\theta = 20^{\circ}$  dok neželjeni signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = 30^{\circ}$ ,  $\theta_2 = -40^{\circ}$  i  $\theta_3 = 60^{\circ}$ . Rastojanje antenskih elemenata je  $d = \lambda/2$  za 500 iteracija. Korak  $\mu = 0.01$ .



Slika 5.44 Uporedni dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom NLMS algoritma za različit broj elemenata antenskog niza

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.44 može se vidjeti da NLMS algoritam pravi grešku u usmjeravanju glavne latice za nizove sa manje od 10 elemenata. Povećavajući broj elemenata povećava se i direktivnost antenskog niza kao i preciznost usmjeravanja glavne latice i podešavanja nula. Najbolji rezultati se postižu kada imamo 16 elemenata.

Na slici 5.45 su prikazani rezultati primjene NLMS algoritma za različit broj iteracija. Željeni signal dolazi pod uglom  $\theta = 20^{\circ}$ , a neželjeni signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = 30^{\circ}$ ,  $\theta_2 = -40^{\circ}$  i  $\theta_3 = 60^{\circ}$ . Broj antenskih elemenata je 16 dok je rastojanje  $d = \lambda/2$ . Korak  $\mu = 0.01$ .



Slika 5.45 Uporedni dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom NLMS algoritma za različit broj iteracija

Na osnovu uporednih rezultata prikazanih na slici 5.45 može se zaključiti sa povećanjem broja iteracija dolazi do povećanja direktivnosti i preciznijeg usmjeravanja glavne latice i preciznijeg podešavanja nula na dijagramu zračenja. Za manje od 50 iteracija NLMS algoritam pravi veliku grešku pri podešavanju nula.

Na slici 5.46 je prikazan dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom NLMS algoritma za različita rastojanja elemenata. Željeni signal dolazi pod uglom  $\theta = 20^{\circ}$ , a neželjeni signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = 30^{\circ}$ ,  $\theta_2 = -40^{\circ}$  i  $\theta_3 = 60^{\circ}$ . Broj antenskih elemenata je 16 dok je broj iteracija 1000. Korak  $\mu = 0.01$ .



Slika 5.46 Uporedni dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom NLMS algoritma za različita rastojanja elemenata

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.46 može se vidjeti da NLMS algoritam u slučajevima  $d = \lambda/2$  i  $d = 2/3\lambda$  postiže optimalne rezultate. U slučajevima kada je rastojanje  $d = \lambda$  i  $d = \lambda/4$  ne uspijeva da izvrši ispravno usmjeravanje glavne latice.

## 5.4 Beamforming algoritmi primijenjeni na planarnim antenskim nizovima

Na slici 5.47 prikazani su dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom LMS, NLMS, VSS LMS i VSS NLMS algoritama na planarni antenski niz kada željeni signal dolazi pod uglom  $\theta$ =40°, $\phi$ =120°, a neželjeni signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = 10^\circ$ ,  $\phi_1 = 30^\circ$ ,  $\theta_2 = 20^\circ$ ,  $\phi_2 = 20^\circ$  i  $\theta_3 = 60^\circ$ ,  $\phi_3 = 80^\circ$ . Broj elemenata ovog niza je 10x10, dok je rastojanje elemenata  $d_x = d_y = d = \lambda/2$ .



Slika 5.47 Dijagrami zračenja faktora dobijeni primjenom LMS, NLMS, VSS LMS i VSS NLMS algoritma kada željeni signal dolazi pod uglom  $\theta = 40^{\circ}, \phi = 120^{\circ}$ , a neželjeni signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = 10^{\circ}, \phi_1 = 30^{\circ}, \ \theta_2 = 20^{\circ}, \phi_2 = 20^{\circ} i \ \theta_3 = 60^{\circ}, \phi_3 = 80^{\circ}.$ 

U tabelama 26 i 27 je predstavljena maksimalna snaga zračenja i slabljenje u pravcima neželjenih signala kada željeni signal dolazi pod uglom  $\theta = 40^{\circ}, \phi = 120^{\circ}$ , dok interferirajući signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = 10^{\circ}, \phi_1 = 30^{\circ}, \theta_2 = 20^{\circ}, \phi_2 = 20^{\circ}$  i  $\theta_3 = 60^{\circ}, \phi_3 = 80^{\circ}$ .

Tabela 26 Uglovi usmjeravanja glavne latice zračenja dobijeni primjenom beamforming algoritama

	LMS	NLMS	VSS LMS	VSS NLMS
$(\theta, \phi)$	(40.25°,121°)	(40.25°,121°)	(40.25°,121°)	(40.25°,121°)

Tabela 27 Slabljenja u pravcima neželjenih signala dobijena primjenom beamforming algoritama

$(\theta, \phi)$	LMS	NLMS	VSS LMS	VSS NLMS
(10,30)	-35,39 dB	-37,56 dB	-36,21 dB	-30,59 dB
(20,20)	-49,86 dB	-41,90 dB	-44,27 dB	-53,35 dB
(60,80)	-39,84 dB	-28,62 dB	-38,79 dB	-30,97 dB

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.47 i u tabelama 26 i 27 može se vidjeti da VSS NLMS algoritam postiže bolje rezultate, ima značajno manju disipaciju snage u neželjenim pravcima od ostalih algoritama za ovu kombinaciju uglova.

Uporedni prikaz dijagrama zračenja dobijenih primjenom LMS i VSS LMS algoritma za elevacioni ugao  $\phi = 60^{\circ}$  kada signal dolazi iz pravca  $\theta = 90^{\circ}$ ,  $\phi = 90^{\circ}$  a interferirajući signali iz pravaca  $\theta_1 = 20^{\circ}$ ,  $\phi_1 = 60^{\circ}$  i  $\theta_2 = 60^{\circ}$ ,  $\phi_2 = 60^{\circ}$  prikazan je na slici 5.48. Rastojanje elemenata je  $d_x = d_y = d = \lambda/2$ .



Slika 5.48 Uporedni dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom NLMS i VSS LMS algoritama za elevacioni ugao  $\phi = 60^{\circ}$ 

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.48 može se zaključiti da VSS-LMS algoritam postiže bolje nule i zrači manju snagu u neželjenim pravcima, što je njegova glavna prednost. Za ovaj elevacioni ugao LMS pokazuje lošu adaptaciju. Za ugao  $\theta_1 = 20^{\circ}$  VSS LMS algoritam postavlja široku nulu, što je pogodno za signali koji potiču sa dinamičnih izvora. Na ovaj način, širina nule omogućava smanjenje brzine adaptacije, tj. obezbjeđuje ovom algoritmu pogodne osobine za praćenje dinamičnih izvora.

Uporedni prikaz dijagrama zračenja dobijenih primjenom LMS i VSS NLMS algoritma za elevacioni ugao  $\phi = 60^{\circ}$  kada signal dolazi iz pravca  $\theta = 90^{\circ}$ ,  $\phi = 90^{\circ}$  a interferirajući signali iz pravaca  $\theta_1 = 20^{\circ}$ ,  $\phi_1 = 60^{\circ}$  i  $\theta_2 = 60^{\circ}$ ,  $\phi_2 = 60^{\circ}$  prikazan je na slici 5.49. Za simulaciju VSS NLMS algoritma korišćeni su parametri  $\alpha = 0, 1$ ,  $\beta = 0,99$ ,  $\gamma = 1,7$  i  $\mu_n = 0,7$ . Rastojanje elemenata je  $d_x = d_y = d = \lambda/2$ .



Slika 5.49 Uporedni dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom NLMS i VSS NLMS algoritama za elevacioni ugao  $\phi = 60^{\circ}$ .

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.49 može se vidjeti da VSS NLMS algoritam postiže bolje i šire nule i zrači manju snagu u neželjenim pravcima, što je i njegova glavna prednost. Za ovaj elevacioni ugao NLMS algoritam pokazuje nizak stepen adaptacije. Šire nule omogućavaju dinamičnu adaptaciju i bolje praćenje izvora signala koji se brzo kreće u prostoru. Simulacije pokazuju da za ovu kombinaciju uglova VSS LMS i VSS NLMS imaju gotovo identične rezultate. Na slici 5.50 je prikazana uporedna greška za NLMS i VSS LMS algoritam kada signal dolazi iz pravca  $\theta = 40^{\circ}, \phi = 120^{\circ}, a$  interferirajući signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = 10^{\circ}, \phi_1 = 30^{\circ}, \theta_2 = 20^{\circ}, \phi_2 = 20^{\circ} i \theta_3 = 270^{\circ}, \phi_3 = 80^{\circ}$ .



Slika 5.50 Greška procjene težinskih koeficijenata za NLMS i VSS LMS

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.50 može se vidjeti da za isti ulazni signal i parametre antenskog niza, NLMS algoritam daje bržu konvergenciju i značajno manju srednju kvadratnu grešku nego VSS LMS. Simulacije pokazuju da u ovom slučaju VSS NLMS i NLMS algoritam imaju skoro identičnu MSE (srednju kvadratnu grešku). Ovo je glavna prednost NLMS-a u odnosu na VSS LMS algoritam.

Cilj razvoja VSS NLMS algoritma je kombinovanje brže konvergencije i značajno manje srednje kvadratne greške (slika 5.50), koje su prednosti NLMS algoritma, i dinamičnije adaptacije, preciznijih i širih nula, i manje snage zračenja u neželjenim pravcima (slika 5.49), koje su prednosti VSS LMS algoritma. Greška i brzina konvergencije NLMS i VSS NLMS algoritma, za iste kombinacije uglova, su identične, dok su dublje i šire nule, kao i snaga u neželjenih pravcima VSS LMS i VSS NLMS algoritma za istu kombinaciju uglova identične.

U cilju upoređivanja performansi i poboljšanja koja su dobijena implementacijom novog VSS NLMS algoritma na antenske nizove, urađene su simulacije za različite dimenzije antenskog niza. Na slici 5.51 su prikazani dijagrami faktora niza kada signal dolazi pod uglom  $\theta = 40^{\circ}, \phi = 120^{\circ}$ , a interferirajući signali dolaze pod ulovima  $\theta_1 = 10^{\circ}, \phi_1 = 30^{\circ}$  i  $\theta_2 = 20^{\circ}, \phi_2 = 20^{\circ}$ za različit broj antena u planarnom nizu 12x12, 8x8 i 6x6. Rastojanje elemenata u nizu je  $d_x = d_y = d = \lambda/2$ .



Slika 5.51 Uporedni dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom NLMS, VSS LMS i VSS NLMS za različite dimenzije antenskog niza

U tabelama 28 i 29 su predstavljeni pravci zračenja maksimuma snage i slabljenja u pravcima neželjenih signala za različit broj antena u nizu.

Tabela 28 Uglovi usmjeravanja glavne latice zračenja  $(\theta, \phi)$  dobijeni primjenom beamforming algoritama za različit broj antenskih elemenata

Broj antena	LMS	NLMS	VSS LMS	VSS NLMS
6 <i>x</i> 6	(40.75°,121°)	(40.25°,121°)	(40.75°,121°)	(40.25°,121°)
8 <i>x</i> 8	(40.25°,121°)	(40.25°,121°)	(40.25°,121°)	(40.25°,121°)
12 <i>x</i> 12	(40.25°,121°)	(40.25°,121°)	(40.25°,121°)	(40.25°,121°)

Tabela 29 Slabljenja u pravcima neželjenih signala dobijena primjenom beamforming algoritama za različit broj antena u nizu

Broj antena	$(\theta, \phi)$	LMS	NLMS	VSS LMS	VSS NLMS
6 <i>x</i> 6	(10°,30°)	-43,91 dB	-30,93 dB	-37,15 dB	-31,99 dB
	(20°,20°)	-45,09 dB	-29,94 dB	-38,76 dB	-40,25 dB
8 <i>x</i> 8	(10°,30°)	-36,11 dB	-23,74 dB	-34,53 dB	-59,76 dB
	(20°,20°)	-38,76 dB	-24,28 dB	-38,36 dB	-35,59 dB
12 <i>x</i> 12	(10°,30°)	-28,69 dB	-31,93 dB	-30,09 dB	-37,62 dB
	(20°,20°)	-50,55 dB	-20,82 dB	-51,59 dB	-41,47 dB

Na osnovu dobijenih rezultata prikazanih na slici 5.51 i u tabelama 28 i 29 može se zaključiti da se sa povećanjem dimenzija antenskog niza (povećanje broja elemenata), povećavaju performanse sistema. VSS LMS i VSS NLMS pokazuju robustnost kada se povećava broj elemenata i postižu gotovo iste rezultate za 6x6 i 12x12 u neželjenih pravcima. U svim slučajevima snaga izračena u neželjenih pravcima i najveće slabljenje postiže VSS NLMS algoritam.

Na slici 5.52 su prikazani dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom LMS, NLMS, VSS LMS i VSS NLMS algoritama na planarni niz za različito rastojanje između elemenata ( $d_x = d_y = 0.2\lambda$ ,  $d_x = d_y = 0.7\lambda$  i  $d_x = 0.5\lambda$ ,  $d_y = 0.7\lambda$ ) za sve algoritme kada signal dolazi iz pravca  $\theta = 40^\circ$ ,  $\phi = 120^\circ$ , a interferirajući signali iz pravaca  $\theta_1 = 10^\circ$ ,  $\phi_1 = 30^\circ$  i  $\theta_2 = 20^\circ$ ,  $\phi_2 = 20^\circ$ .



Slika 5.52 Uporedni dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom LMS, NLMS, VSS LMS i VSS NLMS algoritama na planarni niz

U tabelama 30 i 31 su prikazani usmjeravanja glavne latice i slabljenja u *dB* u pravcima interferirajućih signala.

Tabela 30 Uglovi usmjeravanja glavne latice zračenja  $(\theta, \phi)$  dobijeni primjenom beamforming algoritama za različita rastojanja antenskih elemenata

Rastojanje elementa	LMS	NLMS	VSS LMS	VSS NLMS
$d_x = 0.2\lambda, d_y = 0.2\lambda$	(43.25°,120°)	(40.50°,121°)	(43.50°,119°)	(41°,121°)
$d_x = 0.7\lambda, d_y = 0.7\lambda$	(40.50°,120°)	(40.25°,121°)	(40.50°,121°)	(40.25°,121°)
$d_x = 0.5\lambda, d_y = 0.7\lambda$	(40.25°,121°)	(40.25°,121°)	(40.25°,121°)	(40.25°,121°)

Tabela 31 Slabljenja u pravcima neželjenih signala dobijena primjenom beamforming algoritama za različita rastojanja antenskih elemenata

Rastojanje elemenata	$(\theta, \phi)$	LMS	NLMS	VSS LMS	VSS NLMS
d = 0.23 d = 0.23	(10,30)	-46,03 dB	-26,32 dB	-37,85 dB	-23,13 dB
$u_x = 0.2\lambda, u_y = 0.2\lambda$	(20,20)	-46,55 dB	-26,85 dB	-42,21 dB	-20,13 dB
$d_x = 0.7\lambda, d_y = 0.7\lambda$	(10,30)	-36,75 dB	-32,75 dB	-51,54 dB	-24,40 dB
	(20,20)	-38,49 dB	-38,44 dB	-55,06 dB	-23,12 dB
$d_x = 0.5\lambda, d_y = 0.7\lambda$	(10,30)	-37,04 dB	-28,18 dB	-38,07 dB	-26,39 dB
	(20,20)	-41,95 dB	-25,29 dB	-35,18 dB	-32,71 dB

Na osnovu slike 5.52 i tabela 30 i 31 iznad može se vidjeti da se performanse pametnih antenskih sistema poboljšavaju kada se rastojanje elemenata mijenja od  $d = 0.2\lambda$  do  $d = 0.7\lambda$ . Ovo potvrđuje da  $d = 0.5\lambda$  predstavlja optimalno rastojanje. NLMS pokazuje najmanje slabljenje u pravcima neželjenih signala. VSS NLMS u slučaju  $d = 0.2\lambda$  i  $d = 0.7\lambda$  pokazuje nizak stepen slabljenja neželjenih signala.

Na slici 5.53 su prikazani dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom LMS, NLMS, VSS LMS i VSS NLMS algoritama na planarni niz u slučaju različitih kombinacija jednog željenog i dva neželjena signala. Rastojanje elemenata u nizu je  $d_x = d_y = d = \lambda/2$ .



Slika 5.53 Uporedni dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom LMS, NLMS, VSS LMS i VSS NLMS algoritama na planarni niz za različite kombinacije dolaznih signala

U tabelama 32 i 33 su prikazani pravci usmjeravanja glavne latice i slabljenja u *dB* u pravcima interferirajućih signala.

Tabela 32 Uglovi usmjeravanja glavne latice zračenja dobijeni primjenom beamforming algoritama za različite kombinacije upadnih uglova

$(\theta, \phi)$	LMS	NLMS	VSS LMS	VSS NLMS
(20°,60°)	(20.25°,61°)	(20.25°,61°)	(20.50°,61°)	(20.25°,61°)
(60°,60°)	(60.25°,59°)	(60.25°,61°)	(57.75°,61°)	(60°,61°)
(60°,60°)	(60°,61°)	(60.25°,61°)	(60.25°,61°)	(60.50°,61°)

Tabela 33 Slabljenja u pravcima neželjenih signala dobijena primjenom beamforming algoritama za različite kombinacije upadnih uglova

Ugao željenog signala $ig( heta,\phiig)$	Uglovi neželjenog signala $( heta, \phi)$	LMS	NLMS	VSS LMS	VSS NLMS
(20°,60°)	I <sub>1</sub> (90°,90°)	-38.82 dB	-22.39 dB	-36.35 dB	-28.17 dB
	I₂ (60°,60°)	-35.77 dB	-31.00 dB	-38.02 dB	-31.17 dB
(60° 60°)	I <sub>1</sub> (90°,90°)	-22.37 dB	-22.33 dB	-25.59 dB	-21.82 dB
( 00, 00 )	l <sub>2</sub> (20°,60°)	-11.71 dB	-18.75 dB	-64.91 <i>dB</i>	-23.48 dB
(60°,60°)	I <sub>1</sub> (90°,90°)	-37.51 dB	-20.12 dB	-34.42 dB	-25.91 dB
	l <sub>2</sub> (20°,20°)	-44.63 dB	-35.95 dB	-38.02 dB	-26.87 dB

Na osnovu slike 5.53 i tabela 32 i 33 može se vidjeti da VSS LMS pokazuje veću zavisnost od ugla dolaska signala. Ako su uglovi željenih i neželjenih signala suviše blizu, NLMS i VSS NLMS pokazuju bolje rezultate. Za uglove željenog signala  $\theta = 60^{\circ}$ ,  $\phi = 60^{\circ}$  i uglove neželjenih signala  $\theta_1 = 90^{\circ}$ ,  $\phi_1 = 90^{\circ}$ ,  $\theta_2 = 20^{\circ}$ ,  $\phi_2 = 60^{\circ}$  i  $\theta_3 = 120^{\circ}$ ,  $\phi_3 = 60^{\circ}$  VSS LMS pokazuje veliku disipaciju snage u neželjenih pravcima.

U simulacijama je vršena procjena vremena neophodnog za računanje algoritama za iste parametre antenskog niza. U tabeli ispod su prikazana vremena za koja algoritmi izračunaju 5000 iteracija.

Tabela 34 Vrijeme računanja algoritama za 5000 iteracija

Algoritam	LMS	NLMS	VSS LMS	VSS NLMS
Vrijeme računanja	0.701 <i>s</i>	1.142 <i>s</i>	1.263 <i>s</i>	1.871 <i>s</i>

Vrijeme za računanje NLMS je 21% duže od vremena neophodnog za LMS i 11% kraće u poređenju sa VSS LMS. Vrijeme neophodno za računanje VSS LMS je 30% duže od vremena neophodnog za LMS. Najduže vremena je neophodno za računanje VSS NLMS-a.

## 6 Uporedna analiza performansi DOA i Beamforming algoritama

U prethodnoj glavi su vršene uporedne simulacije DOA i beamforming algoritama sa ciljem utvrđivanja optimalnih algoritma i optimalnih parametara antenskog niza. Zaključeno je da najbolje rezultate postiže MUSIC algoritam za nekorelisane i Capon-like algoritam za korelisane signale. Od beamforming

algoritama najbolje rezultate po svim pitanjima postiže VSS NLMS algoritam. U cilju analize rada cjelokupnog adaptivnog sistema simulacije će biti vršene za mali broj iteracija i mali broj elemenata antenskog niza.

Sistemi pametnih antena se sastoje od DOA algoritama, čiji se rezultati procjene dalje koriste za podešavanje težinskih koeficijenata beamforming algoritama. U cilju analiziranja pametnog antenskog sistema izvršena je simulacija DOA algoritama, čiji su rezultati procjene proslijeđeni beamforming algoritmu kako bi se utvrdila tačnost cjelokupnog antenskog sistema. U svim simulacijama je korišćen planarni antenski niz u kojem se elementi nalaze na međusobnom rastojanju  $d_x = d_y = \lambda/2$  kada signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = 10^\circ$ ,  $\phi_1 = 30^\circ$ ,  $\theta_2 = 20^\circ$ ,  $\phi_2 = 20^\circ$ ,  $\theta_3 = 40^\circ$ ,  $\phi_3 = 120^\circ$  i  $\theta_4 = 60^\circ$ ,  $\phi_4 = 80^\circ$ . Kao ugao željenog signala definisan je ugao  $\theta_3 = 40^\circ$ ,  $\phi_3 = 120^\circ$ .

U tabeli 35 i na slikama 6.1 i 6.2 prikazani su rezultati procjene upadnih uglova dobijeni primjenom Capon-like algoritma na planarni niz dimenzija 10x10 u slučaju 10 iteracija.

Uglovi	DOA algoritam
$(\theta, \phi)$	Capon-like
(10°,30°)	(10°,30°)
(20°,20°)	(20°,20°)
(40°,120°)	(40°,120°)
(60°,80°)	(60°,80°)

Tabela 35 Rezultati procjene upadnih uglova dobijeni primjenom Capon-like algoritma



Slika 6.1 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom Capon-like algoritma



Slika 6.2 Dijagram zračenja faktora niza dobijeni primjenom Capon-like algoritma predstavljen u azimutnoj i elevacionoj ravni

Na osnovu rezultata dobijenih primjenom Capon like algoritma prikazanih na slici 6.1 i 6.2 i u tabeli 35 može se zaključiti da Capon like algoritam postiže dobre rezultate za 10 iteracija i da je tačno izvršio procjenu upadnih uglova. Procijenjeni uglovi se dalje prosleđuju beamforming algoritmu koji vrši traženu adaptaciju usmjeravajući glavnu laticu dijagrama zračenju u pravcu  $\theta_3 = 40^\circ$  i  $\phi_3 = 120^\circ$  i postavljajući nule na dijagramu zračenja u pravcima ostalih signala.

U tabelama 36 i 37 i na slikama 6.3 i 6.4 su prikazani rezultati dobijeni primjenom VSS NLMS algoritma na dati planarni niz za kombinaciju uglova datih u tabeli 35. Broj iteracija VSS NLMS algoritma je 10.

Tabela 36 Ugao usmjeravanja glavne latice zračenja dobijen primjenom VSS NLMS algoritama

	VSS NLMS
$(\theta, \phi)$	(40.25°,121°)

Tabela 37 Slabljenja u pravcima neželjenih signala dobijena primjenom VSS NLMS algoritama



Slika 6.3 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom VSS NLMS algoritma



Slika 6.4 Dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom VSS NLMS algoritma predstavljeni u elevacionoj i azimutnoj ravni

Na osnovu rezultata dobijenih primjenom VSS NLMS algoritma za uglove procijenjene Capon-like algoritmom, prikazanih u tabeli 37 i na slikama 6.3 i 6.4 može se zaključiti da je adaptivni sistem izvršio

tačnu procjenu za datu kombinaciju uslova u slučaju korelisanih signala. DOA i beamforming algoritmi su procjene izvršili za po 10 iteracija, što je minimalno vrijeme.

U tabeli 38 i na slikama 6.5 i 6.6 prikazani su rezultati procjene upadnih uglova dobijeni primjenom MUSIC algoritma na planarni niz dimenzija 10x10 u slučaju 10 iteracija.

	DOA
Ugiovi	algoritam
$(\theta, \phi)$	MUSIC
(10°,30°)	(1°,80°)
(20°,20°)	(17°,25°)
(40°,120°)	(40°,120°)
(60°,80°)	(60°,80°)

Tabela 38 Rezultati procjene upadnih uglova dobijeni primjenom MUSIC algoritma



Slika 6.5 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom MUSIC algoritma



Slika 6.6 Dijagram zračenja faktora niza dobijeni primjenom MUSIC algoritma predstavljen u azimutnoj i elevacionoj ravni

Na osnovu rezultata dobijenih primjenom MUSIC algoritma prikazanih na slici 6.5 i 6.6 i u tabeli 38 može se zaključiti da MUSIC algoritam za svega 10 iteracija nije izvršio ispravnu procjenu. Procijenjeni uglovi su dalje proslijeđeni VSS NLMS algoritmu.

U tabelama 39 i 40 i na slikama 6.7 i 6.8 su prikazani rezultati dobijeni primjenom VSS NLMS algoritma na dati planarni niz za kombinaciju uglova datih u tabeli 38. Broj iteracija VSS NLMS algoritma je 10.

Tabela 39 Ugao usmjeravanja glavne latice zračenja dobijen primjenom VSS NLMS algoritama

	VSS NLMS
$(\theta, \phi)$	(40.25°,121°)

Tabela 40 Slabljenja u pravcima neželjenih signala dobijena primjenom VSS NLMS algoritama



Slika 6.7 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom VSS NLMS algoritma



Slika 6.8 Dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom VSS NLMS algoritma predstavljeni u elevacionoj i azimutnoj ravni

Na osnovu rezultata primjene VSS NLMS algoritma prikazanih u tabeli 39 može se zaključiti da je adaptivni sistem ispravno usmjerio glavnu laticu dijagrama zračenja (MUSIC algoritam je ispravno procijenio upadni ugao željenog signala). Na osnovu rezultata prikazanih na slikama 6.7 i 6.8 i u tabeli 40 može se zaključiti da nule nijesu ispravno podešene, što je posledica pogrešne procjene MUSIC algoritma za dati scenario.

U drugom primjeru je korišćen planarni antenski niz u kojem se elementi nalaze na međusobnom rastojanju  $d_x = d_y = \lambda/2$  kada signali dolaze pod uglovima  $\theta_1 = 10^\circ$ ,  $\phi_1 = 30^\circ$ ,  $\theta_2 = 20^\circ$ ,  $\phi_2 = 20^\circ$ ,
$\theta_3 = 40^\circ$ ,  $\phi_3 = 120^\circ$  i  $\theta_4 = 60^\circ$ ,  $\phi_4 = 80^\circ$ . Kao ugao željenog signala definisan je ugao  $\theta_3 = 40^\circ$ ,  $\phi_3 = 120^\circ$ . Planarni niz se sastoji od 6x6 elemenata, dok se algoritmi simuliraju za 50 iteracija

U tabeli 41 i na slikama 6.9 i 6.10 prikazani su rezultati procjene upadnih uglova dobijeni primjenom Capon-like algoritma na planarni niz dimenzija 6x6 u slučaju 50 iteracija.

Tabela 41 Rezultati procjene upadnih uglova dobijeni primjenom Capon-like algoritma

Uglo	vi	DOA algoritam
( heta, q	ø)	Capon-like
(10°,3	0°)	(125°,32°)
(20°,2	0°)	(21°,29°)
(40°,12	20°)	(40°,120°)
(60°,8	0°)	(60° <i>,</i> 80°)



Slika 6.9 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom Capon-like algoritma



Slika 6.10 Dijagram zračenja faktora niza dobijeni primjenom Capon-like algoritma predstavljen u azimutnoj i elevacionoj ravni

Na osnovu rezultata dobijenih primjenom Capon-like algoritma na planarni niz prikazanih na slikama 6.9 i 6.10 i u tabeli 41, može se zaključiti da Capon-like algoritam za niz 6x6 nije ispravno procijenio upadne uglove signala. Procijenjeni uglovi, predstavljeni u tabeli 41 se prosleđuju VSS NLMS algoritmu koji treba da izvrši adaptaciju.

U tabelama 42 i 43 i na slikama 6.11 i 6.12 su prikazani rezultati dobijeni primjenom VSS NLMS algoritma na dati planarni niz za kombinaciju uglova datih u tabeli 41. Broj iteracija VSS NLMS algoritma je 50.

Tabela 42 Ugao usmjeravanja glavne latice zračenja dobijen primjenom VSS NLMS algoritama

	VSS NLMS
$(\theta, \phi)$	(41°,121°)

Tabela 43 Slabljenja u pravcima neželjenih signala dobijena primjenom VSS NLMS algoritama



Slika 6.11 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom VSS NLMS algoritma



Slika 6.12 Dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom VSS NLMS algoritma predstavljeni u elevacionoj i azimutnoj ravni

Na osnovu rezultata primjene VSS NLMS algoritma prikazanih u tabeli 42 može se zaključiti da je adaptivni sistem ispravno usmjerio glavnu laticu dijagrama zračenja (Capon-like algoritam je ispravno procijenio upadni ugao željenog signala). Na osnovu rezultata prikazanih na slikama 6.11 i 6.12 i u tabeli 43 može se zaključiti da nule nijesu ispravno podešene, što je posledica pogrešne procjene Capon-like algoritma za dati scenario.

U tabeli 44 i na slikama 6.13 i 6.14 prikazani su rezultati procjene upadnih uglova dobijeni primjenom MUSIC algoritma na planarni niz dimenzija 6x6 u slučaju 50 iteracija.

Uglovi	DOA algoritam
$(\theta, \phi)$	MUSIC
(10°,30°)	(10°,30°)
(20°,20°)	(20°,20°)
(40°,120°)	(40°,120°)
(60°,80°)	(60°,80°)

Tabela 44 Rezultati procjene upadnih uglova dobijeni primjenom MUSIC algoritma



Slika 6.13 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom MUSIC algoritma



Slika 6.14 Dijagram zračenja faktora niza dobijeni primjenom MUSIC algoritma predstavljen u azimutnoj i elevacionoj ravni

Na osnovu rezultata dobijenih primjenom MUSIC algoritma na planarni niz prikazanih na slikama 6.13 i 6.14 i u tabeli 44, može se zaključiti da MUSIC algoritam ispravno procijenjuje upadne uglove signala. Procijenjeni uglovi, predstavljeni u tabeli 44 se prosleđuju VSS NLMS algoritmu koji treba da izvrši adaptaciju.

U tabelama 45 i 46 i na slikama 6.15 i 6.16 su prikazani rezultati dobijeni primjenom VSS NLMS algoritma na dati planarni niz za kombinaciju uglova datih u tabeli 44. Broj iteracija VSS NLMS algoritma je 50.

Tabela 45 Ugao usmjeravanja glavne latice zračenja dobijen primjenom VSS NLMS algoritama

	VSS NLMS
$(\theta, \phi)$	(40°,121°)

Tabela 46 Slabljenja u pravcima neželjenih signala dobijena primjenom VSS NLMS algoritama

$(\theta, \phi)$	VSS NLMS
(10,30)	-17,44 dB
(20,20)	-18,53 dB
(60,80)	-23,73 dB



Slika 6.15 Dijagram zračenja faktora niza dobijen primjenom VSS NLMS algoritma



Slika 6.16 Dijagrami zračenja faktora niza dobijeni primjenom VSS NLMS algoritma predstavljeni u elevacionoj i azimutnoj ravni

Na osnovu rezultata primjene VSS NLMS algoritma prikazanih u tabeli 45 može se zaključiti da je adaptivni sistem ispravno usmjerio glavnu laticu dijagrama zračenja (MUSIC algoritam je ispravno procijenio upadni ugao željenog signala). Na osnovu rezultata prikazanih na slikama 6.15 i 6.16 i u tabeli 46 može se zaključiti su nule ispravno podešene.

Na osnovu rezultata simulacija prikazanih u ovom poglavlju, može se zaključiti da performanse beamforming algoritama pokazuju veliku zavisnost od preciznosti DOA procjene. Analizirani su slučajevi sa malim brojem iteracija, svega 10, gdje Capon-like algoritam postiže bolje i preciznije rezultate i slučajevi sa mali brojem elemenata niza (6x6) gdje MUSIC postiže bolje rezultate. U slučajevima pogrešne procjene dolaznih uglova, beamforming algoritmi ne mogu ispravno da pozicioniraju nule na dijagramu zračenja, što nije dobar rezultat cjelokupnog adaptivnog procesa. U svim slučajevima VSS NLMS algoritam je ispravno usmjerio glavnu laticu dijagrama zračenja, što je posledica ispravne procjene ugla željenog signala u svim slučajevima.

## Zaključak

U radu je razmatran uticaj upadnog ugla signala, broja i rastojanja antenskih elemenata i broja iteracija na ponašanje DOA i beamforming algoritma. Parametri na osnovu kojih je vršeno poređenje algoritama su: preciznost algoritma, srednja kvadratna greška, rezolucija i izračena snaga u neželjenim pravcima.

DOA algoritmi analizirani u ovom radu su: klasični, Capon, Min-Norm, MUSIC i Capon-like algoritam. Primjenom ovih algoritama na linearne nizove može se zaključiti da klasični metod nije pogodan za procjenu više dolaznih signala i postiže veoma loše rezultate procjene. Uporednim pregledom zaključuje se da najbolje rezultate postiže MUSIC algoritam. Min- Norm zrači neravnomjernu snagu prema svim signalima iako sa velikom rezolucijom, što ga čini ranjivim na greške u procjeni. Mana MUSIC i Min-Norm algoritma je što ne funkcionišu za korelisane signale. U slučajevima korelisanih signala koriste se Capon i Capon-like algoritmi koji postižu dobre rezultate. Obzirom na prethodno rečeno, od interesa za dalju analizu su MUSIC, Capon i Capon-like algoritmi.

Analizirani DOA algoritmi teško rade u slučajevima direktivnih antenskih elemenata. U tu svrhu razvijen je Capon-like algoritam. Jedna od prednosti Capon-like algoritma je njegova brzina, pa za svega 10 iteracija uspijeva da ispravno procijeni upadne uglove. U slučajevima zahtijevne kombinacije uglova, Capon-like i MUSIC postižu izuzetno dobre rezultate.

DOA algoritmi pokazuju veliku zavisnost od rastojanja elementa (za razliku od beamforming algoritama) pa je procjena moguća samo za rastojanja reda polovine talasne dužine. Povećanje broja iteracija i broja elemenata niza dovodi do povećanja rezolucije procjene i smanjenja snage u neželjenim pravcima, dok na preciznost nemaju velikog uticaja. Antenski nizovi sa manje od 6 elemenata nisu pogodni za procjene četiri upadna ugla.

Primjena ovih algoritama na planarne nizove pokazuje dobre rezultate procjene čak i za nizove sa 6x6 elemenata. Klasični algoritam pravi velike greške kada se primijeni na planarne nizove. U ovom slučaju, simulacije pokazuju robustnost na promjenu broja antena i rastojanja. Sa povećanjem broja elemenata raste rezolucija i smanjuje se snaga zračenja u neželjenim pravcima. U slučaju planarnih nizova sa 100 elemenata Capon – like postiže dobre rezultate za svega 40 iteracija.

Kao zaključak numeričke analize DOA algoritama može se reći da MUSIC algoritam postiže najbolje rezultate u odnosu na ostale, uz ograničenje na nekorelisane signale. U slučajevima koreslisanih signala Capon-like vrši preciznu i brzu procjenu. Ovi algoritmi su pokazali veliku osjetljivost na rastojanja elemenata antenskog niza.

Kao osnovni beamforming algoritam razmatran je LMS algoritam, zbog njegove računske jednostavnosti. Simulacije LMS algoritma pokazuju dobre rezultate za 100 iteracija, ali i veliku zavisnost od koraka adaptacije μ. LMS algoritam ne pokazuje veliku zavisnost od rastojanja antena. Efikasnost koraka μ zavisi od konkretnog scenarija signala, pa je poželjno vršiti korekciju koraka. Smanjenje greške procjene koeficijenata se postiže primjenom Leaky LMS algoritma, koji preciznije pozicionira glavnu laticu, ali i dalje pokazuje veliku zavisnost od koraka μ. U tu svrhu je razvijen NLMS algoritam koji prevazilazi problem koraka. On pokazuje veliku zavisnost od broja elemenata i broja iteracija (sporije konvergencija nego LMS algoritam) pa za nizove sa manje od 10 elemenata i za manje od 50 iteracija preciznost pozicioniranja nije zadovoljavajuća.

Radi brze konvergencije implementiran je VSS LMS algoritam razvijen za potrebe obrade govornog signala. Kako bi povećao brzinu, u prvim koracima ovaj algoritam ima veliki korak, dok se pri kraju

adaptacije korak smanjuje kako bi povećao preciznost. Pozicioniranje nula na dijagramu zračenja, širina nula i mala snaga zračenja u neželjenim pravcima su glavne prednosti ovog algoritma. Numeričke analize pokazuju da NLMS algoritam ima bržu konvergenciju i manju grešku, pa je implementiran VSS NLMS algoritam koji kombinuje prednosti NLMS i VSS LMS algoritma. U simulacijama je pokazano da kombinacija ova dva algoritma daje najbolje rezultate.

VSS NLMS algoritam pokazuje veliku robustnost na promjene rastojanja elemenata i broja elementa, i vrši najbolju adaptaciju i najmanje zrači za sve kombinacije upadnih uglova što ga čini najboljim beamforming algoritmom. Vrijeme računanja VSS NLMS algoritma je veliko, preko dva puta veće od vremena potrebnog za računanje LMS algoritma.

Analiza cjelokupnog adaptivnog sistema je izvršena za slučajeve 10 i 50 iteracija kako za DOA tako i za beamforming algoritme. Kao optimalni DOA algoritmi analizirani su Capon-like, za korelisane, i MUSIC, za ne korelisane signale. Kao optimalni beamforming algoritam analiziran je VSS NLMS. Rezultati procjene DOA algoritama su proslijeđeni VSS NLMS algoritmu koji je vršio adaptaciju. U slučaju malog broja iteracija, Capon-like algoritam je postigao dobre rezultate. Takođe je u ovom slučaju VSS NLMS algoritam izvršio dobru i preciznu adaptaciju. U slučajevima malog broja elemenata niza, MUSIC algoritam je izvršio bolju procjenu, nakon čega je VSS NLMS izvršio preciznu adaptaciju. U ostalim slučajevima, VSS NLMS je ispravno usmjerio glavnu laticu dijagrama zračenja (što je posledice ispravne procjene upadnog ugla željenog signala), dok je napravio grešku u pozicioniranju nula (što je posledica pogrešne procjene upadnog ugla neželjenih signala).

## Literatura

- [1] Md. Majharul Islam Rajib, Sumon Jumar Biswas Muhammad Mahfuzul Alam, "Design and Performance Analysis of Smart Antenna System for DECT Radio Base Station in Wireless Local Loop," *Journal of Communications*, vol. 5, no. 8, pp. 593-603, 2010.
- [2] S. Bellofiore, C.A. Balanis, J. Foutz, A.S. Spanias, "Smart-antenna systems for mobile communication networks. Part 1. Overview and antenna design," *Antennas and Propagation Magazine, IEEE*, vol. 44, no. 3, pp. 145 - 154, 2003.
- [3] S. Bellofiore, J. Foutz, C.A. Balanis, A.S. Spanias, "Smart-antenna system for mobile communication networks.Part 2. Beamforming and network throughput," *Antennas and Propagation Magazine, IEEE*, vol. 44, no. 4, pp. 106-114, 2002.
- [4] L.C. Godara, "Applications of antenna arrays to mobile communications. I. Performance improvement, feasibility, and system considerations," *Proceedings of the IEEE*, vol. 58, no. 7, pp. 1031 - 1060, 2002.
- [5] L.C. Godara, "Application of antenna arrays to mobile communications. II. Beam-forming and direction-of-arrival considerations," *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, no. 8, pp. 1195 - 1245, 2002.
- [6] Randy L. Haupt, ANTENNA ARRAYS A Computational Approach. Pennsylvania State University, State College, Pennsylvania: JOHN WILEY & SONS, INC., PUBLICATION, 2010.
- [7] Frank B. Gross, Smart Antennas for Wireless Communications. Virginia: McGraw-Hill, 2005.
- [8] J. Sahalos, Orthogonal methods for array synthesis: Theory and the ORAMA computer tool. Greece: John Wiley & Sons Ltd, 2006.
- [9] Mahmoud A. Al-Qutayri, Jassim M. Samhan Raed M. Shubair, "A Setup for the Evaluation of MUSIC and LMS Algorithms for a Smart Antenna System," *Journal of Communications*, vol. 2, no. 4, pp. 71-77, 2007.
- [10] B. Rafaely D. Khaykin, "Coherent signals direction of arrival estimation using a spherical microphone array: Frequency smoothing approach," *Application of Signal Processing to Audio and Acoustic*, pp. 221-224, 2009.
- [11] M. Fujita A. Klouche-Djedid, "Adaptive arraz sensor processing applications for mobile telephone communications," *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 45, pp. 405-416, 1996.
- [12] H. Jianguo, H. Wei, C. Fuzhao J. Min, "Research on target DOA estimation method using MIMO sonar," in *Industrial Electronics and Applications*, 2009, 4 th IEEE Conference on, vol. 2009, 2009, pp. 1982-1984.
- [13] Nguyen Thi Ngoc Tho, Shengkui Zhao, D.L. Jones, "Robust DOA estimation of multiple speech sources," in *Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2014 IEEE International Conference on*, Florence, 2014.

- [14] Dina Simunic, Marijan Djurek, Tanuja S. Dhope (Shendkar), "Application of DOA Estimation Algorithms in Smart Antennas Systems," *Studies in Informatics and Control*, vol. 19, no. 4, pp. 445-452, 2010.
- [15] H. K. Hwang , Marshall Grice , Anatoly Yakovlev Zekeriya Aliyazicioglu, "Sensitivity Analysis for Direction of Arrival Estimation using a Root-MUSIC Algorithm," *Engineering Letters*, 2008.
- [16] Ana Jovanović, Zoran Veljović, Luka Lazović, "Analiza performansi i geometrijska optimizacija DOA algoritama primjenjenih na planarnim antenskim nizovima u sistemima smart antena," in *ETRAN 2013*, Zlatibor, 2013.
- [17] Ana Jovanović, Luka Lazović, "Comparative performance study of DOA algorithm applied on linear antenna array in smart antenna systems," in *2nd Mediterranean Conference on Embedded Computing MECO - 2013*, Budva, 2013.
- [18] S. van der Tol, A.-J. van der Veen, "Application of robust Capon beamforming to radio astronomical imaging," in Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005. Proceedings. (ICASSP '05). IEEE International Conference on, 2005.
- [19] Ana Jovanović, Vesna Rubežić, Luka Lazović, "UPOREDNA ANALIZA PERFORMANSI CAPON I CAPON-LIKE ALGORITAMA U SISTEMIMA PAMETNIH ANTENA," in *Informacione tehnologije IT'14*, Žabljak, 2014.
- [20] R. Sanudin et al., "Capon-like DOA estimation algorithm for directional antenna arrays," in Antennas and Propagation Conference (LAPC), 2011 Loughborough, Loughborough, 2011.
- [21] Shiunn-Jang Chern, Kaohsiung, Po-Sun Chao, "New Capon-like blind MIMO-CDMA receiver with LCCM-RLS algorithm for multipath time-varying channels," in *Intelligent Signal Processing and Communications Systems, 2008. ISPACS 2008. International Symposium on*, Bangkok, 2009.
- [22] Luka Lazović, Vesna Rubežić, Ana Jovanović, "Performance analysis of Capon and Caponlike algorithm for smart antenna system," *ETF Journal of Electrical Engineering*, vol. 20, pp. 84-93, 2014.
- [23] Andy Vesa, "Direction of Arrival Estimation using MUSIC and Root MUSIC Algorithm," in 18th Telecommunications forum TELFOR 2010, Beograd.
- [24] Yuu-Seng Lau, Zahir M. Hussian, Richard Harris, "Performance of Adaptive Filtering Algorithms: A Comparative Study,".
- [25] Jyothi.H, "Development i Simulation of Leaky LMS Beamforming Algorithm," *Int. Journal of Information Technology & Mechanical Engineering IJITME*, vol. 1, no. 4, pp. 12-23, 2014.
- [26] Ana Jovanović, Luka Lazović, "UPOREDNI PREGLED PERFORMANSI LMS I NLMS ALGORITAMA U SISTEMIMA PAMETNIH ANTENA," in *Informacione tehnologije IT'13*, Žabljak, 2013.
- [27] M Trinkle & D A Gray W C Cheuk, "Null-steering LMS Dual-Polarised Adaptive Antenna Arrays for GPS," *Journal of Global Positioning Systems*, vol. 4, no. 1-2, pp. 258-267, 2005.

- [28] M. Yasin Dr. Pervez Akhtar Dr. Valiuddin, "Performance Analysis of LMS and NLMS Algorithms for a Smart Antenna System," *International Journal of Computer Applications*, vol. 4, no. 9, pp. 25-32, 2010.
- [29] 1D.S.Ramkiran, 2Habibulla Khan, M.Usha, B.T.P.Madhav, K.Phani Srinivas, G.V.Ganesh \*Radhika Chinaboina, "ADAPTIVE ALGORITHMS FOR ACOUSTIC ECHO CANCELLATION IN SPEECH PROCESSING," *IJRRAS*, vol. 7, no. 1, pp. 38-42, 2011.
- [30] R. S. Kawitkar D. B. Salunke, "Analysis of LMS, NLMS and MUSIC Algorithms for Adaptive Array Antenna System," *International Journal of Engineering and Advanced Technology* (*IJEAT*), vol. 2, no. 3, pp. 2249 8958, 2013.
- [31] T, Mayyas, K. Aboulnasr, "A robust variable step-size LMS-type algorithm: analysis and simulations," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 45, no. 3, pp. 631-639, 2002.
- [32] Azzedine Zerguine, Salam A. Zummo Muhammad Omer Bin Saeed, "Variable step-size LMS algoritmhs over adaptive networks," in *10th International Conference on Information Science, Signal Processing and their Applications (ISSPA 2010)*, 2010.
- [33] Tarek I. Haweel, "A simple variable step size LMS adaptive algorith," *International Journal of Circuit Theory and Applications*, vol. 32, no. 6, pp. 523-536, 2004.
- [34] Jonathon A. Chambers, Wenwu Wang, Paul Kendrick, Trevor J. Cox Yonggang Zhang, "A NEW VARIABLE STEP-SIZE LMS ALGORITHM WITH ROBUSTNESS TO NONSTATIONARY NOISE," *ICASSP*, vol. 3, pp. 1349-1352, 2007.
- [35] Zhao Shengkui, Man Zhihong, Khoo Suiyang, "A Fast Variable Step-Size LMS Algorithm with System Identification," in *Industrial Electronics and Applications, 2007. ICIEA 2007.* 2nd IEEE Conference on, Harbin, 2007.
- [36] Yuancheng Yao, Mingwei Qin Qi Zhang, "An Uncorrelated Variable Step-size LMS Adaptive Algorithm," *Journal of Emerging Trends in Computing and Information Sciences*, vol. 3, pp. 1506-1508, 2012.
- [37] Yonggang Zhang, J.A. Chambers, Wenwu Wang, P. Kendrick, "A New Variable Step-Size LMS Algorithm with Robustness to Nonstationary Noise," in *Acoustics, Speech and Signal Processing, 2007. ICASSP 2007. IEEE International Conference on*, Honolulu, HI, 2007.
- [38] R. C. Medina-Ramírez, M. López-Guerrero F. M. Casco-Sánchez, "A New Variable Step-Size NLMS Algorithm and its Performance Evaluation in Echo Cancelling Applications," *Journal of Applied Research and Technology*, vol. 9, no. 3, pp. 302-313, 2011.
- [39] Ana Jovanović, Zoran Veljović, Luka Lazović, "Implementacija i analiza performansi VSS-LMS algoritma na mikrotrakastim planarnim antenskim nizovima," in *TELFOR*, Beograd, 2013.
- [40] Zhao Shengkui, Man Zhihong, Khoo Suiyang, "Modified LMS and NLMS Algorithms with a New Variable Step Size," in *Control, Automation, Robotics and Vision, 2006. ICARCV* '06. 9th International Conference on, Singapore, 2006.
- [41] Ana Jovanović, Vesna Rubežić, Luka Lazović, "Comparative Performance Analysis of NLMS and VSS LMS Algorithm for Planar Antenna," in *ETRAN 2014*, Vrnjačka Banja, 2014.

- [42] C. Paleologu, J. Benesty, S.L. Grant, C. Osterwise, "Variable step-size NLMS algorithms designed for echo cancellation," in *Signals, Systems and Computers, 2009 Conference Record of the Forty-Third Asilomar Conference on*, Pacific Grove, CA, 2009.
- [43] Shengkui Zhao, Zhihong Man, Suiyang Khoo, "A class of modified variable step-size NLMS algorithms for system identification," in *Industrial Electronics and Applications, 2009. ICIEA 2009. 4th IEEE Conference on,* Xi'an, 2009.
- [44] L. Rey Vega, H. Rey, J. Benesty, S. Tressens, "A New Robust Variable Step-Size NLMS Algorithm," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 56, no. 5, pp. 1878 1893, 2008.
- [45] C. Paleologu, S. Ciochina, J. Benesty, "Variable Step-Size NLMS Algorithm for Under-Modeling Acoustic Echo Cancellation," *Signal Processing Letters, IEEE*, vol. 15, pp. 5-8, 2008.
- [46] Jia-Wei Chen, Hsu-Chang Huang Junghsi Lee, "Performance Comparison of Variable Step-Size NLMS Algorithms," in *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science*, San Francisco, USA, 2009.
- [47] I. Homana, M. Topa, K. Botond, C. Contan, "Behavior of variable step size NLMS algorithms for acoustic echo cancellation," in *Signals, Circuits and Systems (ISSCS), 2011 10th International Symposium on*, Iasi, 2011.
- [48] Hsu-Chang Huang, Junghsi Lee, "A New Variable Step-Size NLMS Algorithm and Its Performance Analysis," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 60, no. 4, pp. 2055-2060, 2011.
- [49] Anita Khanna Deman Kosale, "Modified Variable Step Size Normalized Least Means Square Algorithm In The Context Of Acoustic Echo Cancellation," *International Journal* of Soft Computing and Engineering (IJSCE), vol. 2, no. 5, pp. 2231-2307, 2012.